

# Klasy abstrakcji i myślenie funkcyjne-

jako fundament generatywnej sztucznej inteligencji

dr hab. Jacek Stańdo, prof. PŁ  
Politechnika Łódzka, Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki



## Wprowadzenie

Generatywna sztuczna inteligencja jest efektem wieloletniego rozwoju koncepcji matematycznych i informatycznych związanych z reprezentacją wiedzy, abstrahowaniem oraz przetwarzaniem informacji. Choć dzisiejsze modele AI opierają się na zaawansowanych metodach uczenia maszynowego i ogromnych zbiorach danych, ich fundamenty wywodzą się z klasycznych idei pozwalających opisywać rzeczywistość w sposób formalny i uporządkowany.



## Wprowadzenie

Szczególne znaczenie mają tutaj klasy abstrakcji wyznaczone przez relacje równoważności oraz paradygmat myślenia funkcyjnego. Koncepcje te umożliwiły rozwój metod uogólniania, klasyfikacji i transformacji informacji, stając się ważnymi elementami ewolucji prowadzącej do powstania współczesnych systemów sztucznej inteligencji.

kopii.



## Klasy abstrakcji – definicja

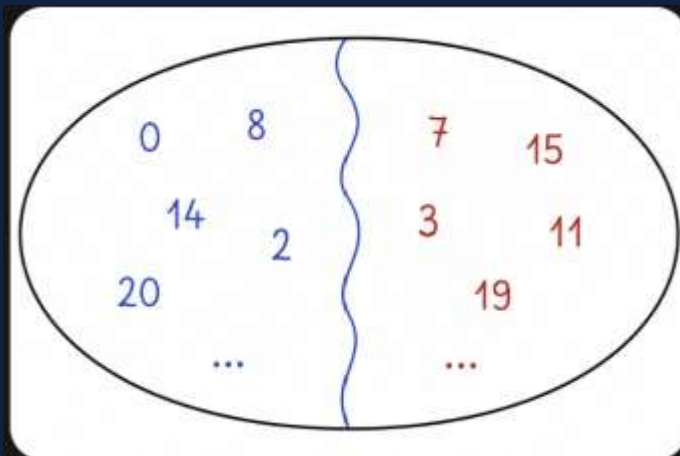
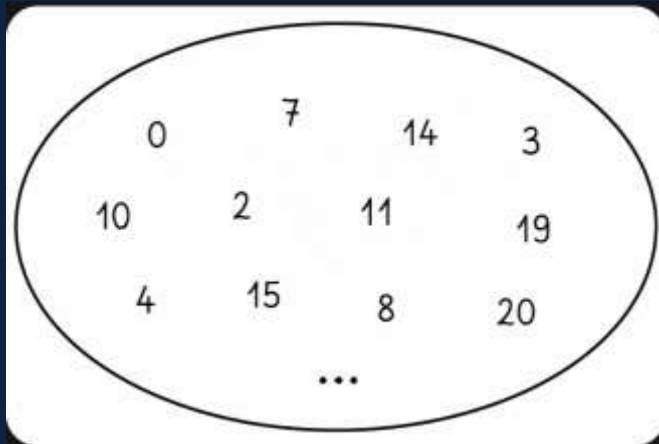
Dany jest zbiór  $X$ .  
Relacja równoważności jest relacją, która grupuje elementy zbioru na podzbiory elementów uznawanych za równoważne według przyjętego kryterium.

Te podzbiory nazywamy klasami abstrakcji.

kopii.



## Klasy abstrakcji – przykład



## Klasy abstrakcji – przykład

..., -6, 0,	..., -5, 1,	..., -4, 2,
3, 6, 9,	4, 7, 10,	5, 8, 11,
-9, 12, -12,	-2, -11, 13,	-1, -7, 14,
15, -15, 18,	16, -14, 19,	17, -10, 20,
-18, 21, -21,	-17, 22, -20,	-13, 23, -16,
24, ...	25, ...	26, ...



# Klasy abstrakcji – przykład

## KLASY ABSTRAKЦИИ

Relacja równoważności: „dwóch uczniów jest równoważnych, jeśli uzyskali tę samą ocenę końcową z matematyki”.

### ZBIÓR WSZYSTKICH UCZNIÓW W KLASIE



Ala Bartek Celina Daniel



Ewa Filip Gosia Hubert



Iga Jan Kasia Leon

Uczniowie różnią się wieloma cechami (np. wyglądem, zainteresowaniami), ale z punktu widzenia oceny z matematyki można ich pogrupować.

### KLASY ABSTRAKЦИИ (KLASY RÓWNOWAŻNOŚCI) WEDŁUG OCENY KOŃCOWEJ Z MATEMATYKI

#### KLASA – OCENA 6



Ala Gosia Leon

→ Wszyscy uczniowie z oceną 6 tworzą jedną klasę abstrakcji.

#### KLASA – OCENA 5



Bartek Ewa Jan Kasia

→ Wszyscy uczniowie z oceną 5 tworzą jedną klasę abstrakcji.

#### KLASA – OCENA 4



Celina Daniel Iga

→ Wszyscy uczniowie z oceną 4 tworzą jedną klasę abstrakcji.

#### KLASA – OCENA 3



Filip

→ Wszyscy uczniowie z oceną 3 tworzą jedną klasę abstrakcji.



## Myślenie funkcyjne – definicja

Myślenie funkcyjne, to konceptualizacja pojęć, sytuacji, obiektów, procesów, zjawisk traktując je jako funkcję.

*Opracowanie własne*



## Myślenie funkcyjne – przykład

Ilość paliwa w baku – interpretuję jako funkcję przejechanej drogi: każdemu kilometrowi przypisana jest odpowiednia utrata paliwa.



## Myślenie funkcyjne – klasy abstrakcji

Myślenie funkcyjne polega na:  
przypisywaniu elementom

- pewnych wartości,
- redukcji informacji,
- skupianiu się na istotnych cechach.

Relacja równoważności w wielu sytuacjach zachowuje się podobnie:

- ignoruje różnice,
- zachowuje tylko to, co istotne.



## Myślenie funkcyjne – klasy abstrakcji

Przykład.

kopii.

Myślenie funkcyjne: dla liczb naturalnych  $x$ ,  
 $f(x) = x \bmod 2$

Relacja równoważności: dwa elementy zbioru liczb naturalnych pozostają w relacji, jeśli reszta z dzielenia każdej z tych liczb jest taka sama.

**Wszystko to, czego funkcja nie rozróżnia-staje się klasą abstrakcji**



# Myślenie funkcyjne – klasy abstrakcji



## Generatywna sztuczna inteligencja – definicja

Generatywna sztuczna inteligencja (Generative AI) to rodzaj sztucznej inteligencji, który potrafi tworzyć nowe treści na podstawie wzorców poznanych z dużych zbiorów danych. Zamiast jedynie analizować, klasyfikować lub przewidywać, generatywna AI tworzy nowe wyniki, takie jak tekst, obrazy, muzyka, kod komputerowy, filmy czy modele 3D.



## Generatywna sztuczna inteligencja

Niech:  $G$  — zbiór wszystkich wygenerowanych grafik.

Dwie grafiki są ze sobą w relacji wtedy i tylko wtedy, gdy zostały wygenerowane na podstawie dokładnie tego samego promptu.

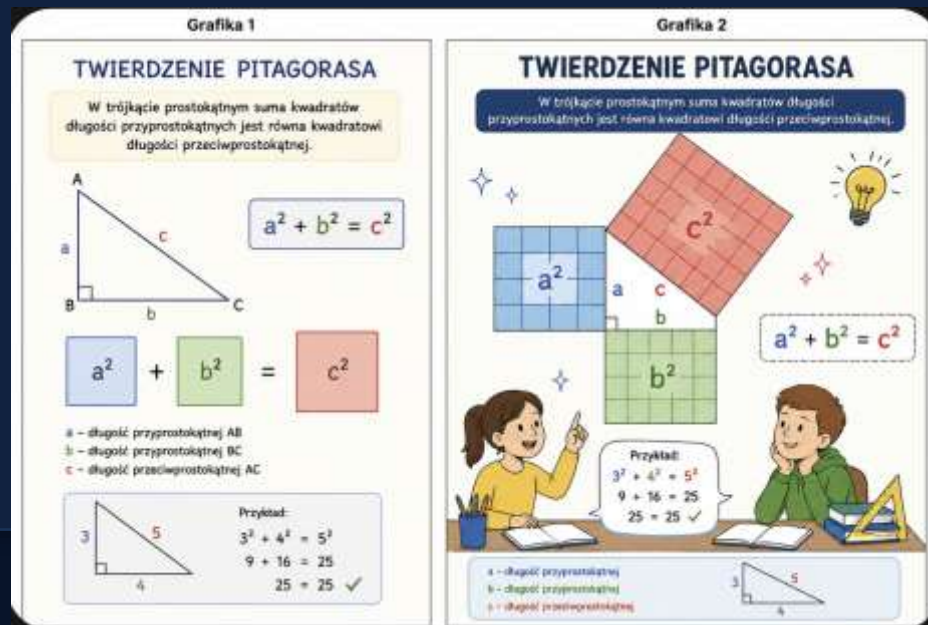


## Dlaczego ten sam prompt może dać inny, ale podobny obraz, tekst, dźwięk?

Model tworzy nowy obraz od początku na podstawie:

- tekstu prompta
- losowego punktu startowego
- wyuczonej wiedzy o tym, jak wyglądają obrazy

Model nie ma gdzie zapisanej jednej gotowej grafiki dla tego opisu.

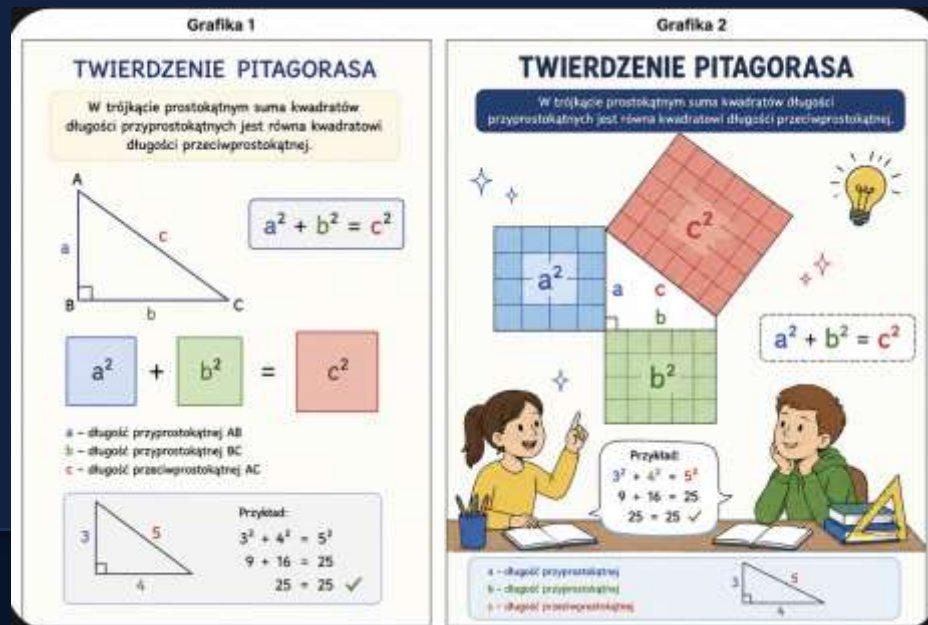


## Dlaczego ten sam prompt może dać inny, ale podobny obraz, tekst, dźwięk?

Model tworzy nowy obraz od początku na podstawie:

- tekstu prompta
- losowego punktu startowego
- wyuczonej wiedzy o tym, jak wyglądają obrazy

Model nie ma gdzie zapisanej jednej gotowej grafiki dla tego opisu.



## Rozszerzona koncepcja

Rozważmy zbiór, którego elementami są prompty, natomiast relację równoważności określimy na podstawie ich znaczenia semantycznego.

Dokładniej, dwa prompty są równoważne, jeżeli wyrażają tę samą intencję, niezależnie od zastosowanego słownictwa, struktury gramatycznej czy języka.

Tak zdefiniowane klasy abstrakcji pozwalają opisywać sposób, w jaki modele AI abstrahują od formy wypowiedzi i koncentrują się na jej znaczeniu.

- Narysuj twierdzenie Pitagorasa.
- Przedstaw graficznie twierdzenie Pitagorasa.
- Wygeneruj ilustrację twierdzenia Pitagorasa.”

## Rozszerzona koncepcja-model

Zdefiniujmy funkcję

$$f: P \rightarrow M$$

gdzie:  $P$  — zbiór promptów,  $M$  — zbiór reprezentacji znaczeń (embeddingów). Wtedy relacja

$$p_1 \sim p_2 \iff f(p_1) = f(p_2)$$

oznacza: Dwa prompty są równoważne wtedy i tylko wtedy, gdy model interpretuje je jako tę samą informację.

- Narysuj twierdzenie Pitagorasa.
- Przedstaw graficznie twierdzenie Pitagorasa.
- Wygeneruj ilustrację twierdzenia Pitagorasa.

## Podsumowanie



Klasy abstrakcji wyznaczone przez relacje równoważności, w połączeniu z paradygmatem myślenia funkcyjnego, stworzyły teoretyczne podstawy formalizacji procesów wnioskowania i uogólniania.

Choć nie stanowią one bezpośredniego źródła współczesnych modeli generatywnych, można dostrzec pewne analogie i związki pomiędzy tymi ideami matematycznymi a sposobami reprezentacji i przetwarzania informacji stosowanymi w sztucznej inteligencji.

# Dziękuję

---

dr hab. Jacek Stańdo, prof. PŁ  
Politechnika Łódzka  
[jacek.stando@p.lodz.pl](mailto:jacek.stando@p.lodz.pl)

