

**XIX Ogólnopolska Konferencja Nauczania Matematyki
w Uczelniach Technicznych**

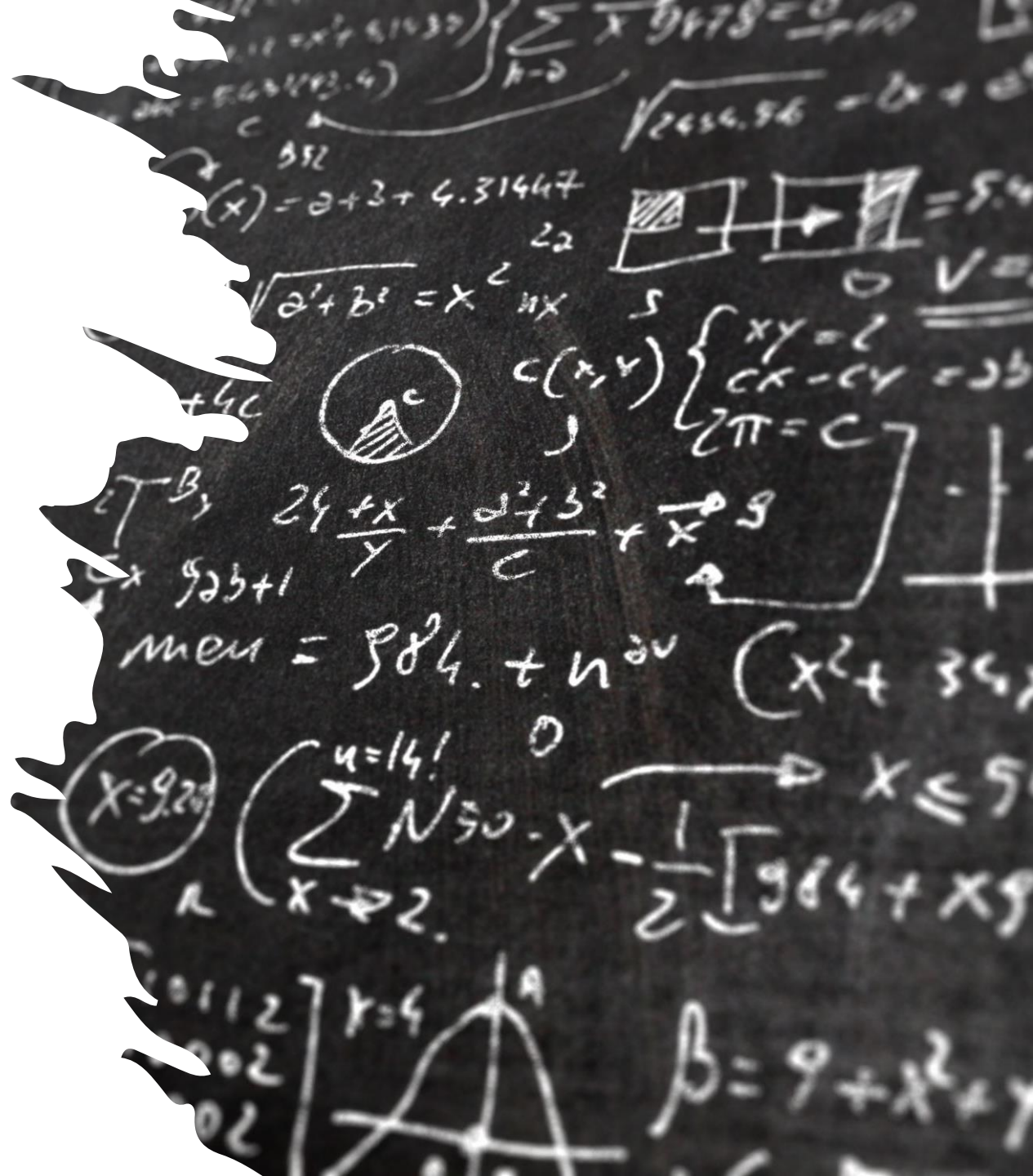
**Co z tą matematyką?
Problemy nauczania matematyki
w szkołach średnich i wyższych.**

Urszula Goławska

Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej

Politechnika Gdańska

Gdańsk 23.09.2021



Co z tą matematyką?

„ Społeczny odbiór matematyki można interpretować w kategoriach przeszkody w tworzeniu systemu motywacyjnego oraz rozwijania pasji poznawczej ucznia. Matematyka na ogół postrzegana jest jako niezwykle użyteczna dziedzina wiedzy...Uniwersalne znaczenie matematyki związane jest z abstrakcyjnym rozumowaniem oraz wnioskowaniem, dostrzeganiem, formułowaniem i rozwiązywaniem problemów. Matematyka daje nam uniwersalne narzędzia poznania.”

Źródło: Fragment opinii przygotowanej na zamówienie NIK przez dr hab. Małgorzatę Makiewicz, prof. US, Instytut Matematyki – Zakład Dydaktyki Matematyki, Uniwersytet Szczeciński.

Problemy nauczania matematyki w szkołach średnich i wyższych.

- Wyniki egzaminu maturalnego – podstawowe źródło informacji o poziomie przygotowania kandydatów na studia
- Raport NIK z 15.02.2019 – Nauczanie matematyki w szkołach
- Obserwacje /doświadczenie w pracy



KNO.430.003.2018
Nr ewid. 30/2018/P/17/026/KNO

Informacja o wynikach kontroli

NAUCZANIE MATEMATYKI W SZKOŁACH

DEPARTAMENT NAUKI, OŚWIATY
I DZIEDZICTWA NARODOWEGO

Problemy – Raport NIK Wnioski

- W latach 2015–2017 nauczanie matematyki w szkołach **nie sprzyjało pełnemu** rozwojowi kompetencji matematycznych u uczniów
- Niskie efekty kształcenia matematycznego potwierdzają wyniki egzaminu maturalnego
- **Główną przyczyną** niepowodzeń uczniów są **wady procesu nauczania** matematyki

Raport NIK - Problem z nauką matematyki Przyczyny

- Brak podziału klas na grupy odpowiednio do możliwości uczniów
- Brak własnych programów nauczania / Brak modyfikacji programów nauczania
- Zbyt szybkie tempo pracy na lekcji / Niedostosowanie zadań do możliwości uczniów
- Ograniczony dostęp do zajęć wyrównawczych lub zajęć dla uczniów uzdolnionych matematycznie
- Niejednakowe wsparcie nauczycieli przez doradców metodycznych

Raport NIK -
Problem z
nauką
matematyki
Skutki

- Niższa zdawalność na maturze
- Trudności w nauczaniu innych przedmiotów
- Niezadowalający poziom umiejętności matematycznych u studentów kierunków ścisłych
- Zaburzenia psychiczne
- Korepetycje

Raport NIK - Problem z nauką
matematyki
Rekomendacje NIK

Minister Edukacji
Narodowej

W związku z wynikami kontroli, NIK wnosi o:

- 1) przegląd materiałów dydaktycznych, w tym programów nauczania matematyki pod kątem efektywnej realizacji podstawy programowej;
- 2) monitorowanie realizacji podstawy programowej nauczania matematyki w szkołach w zakresie adekwatności treści i liczby godzin oraz ewentualne podjęcie działań korygujących;
- 3) wsparcie metodyczne nauczycieli matematyki;
- 4) upowszechnianie indywidualnych form pracy z uczniem;
- 5) kreowanie pozytywnego wizerunku nauczania matematyki;

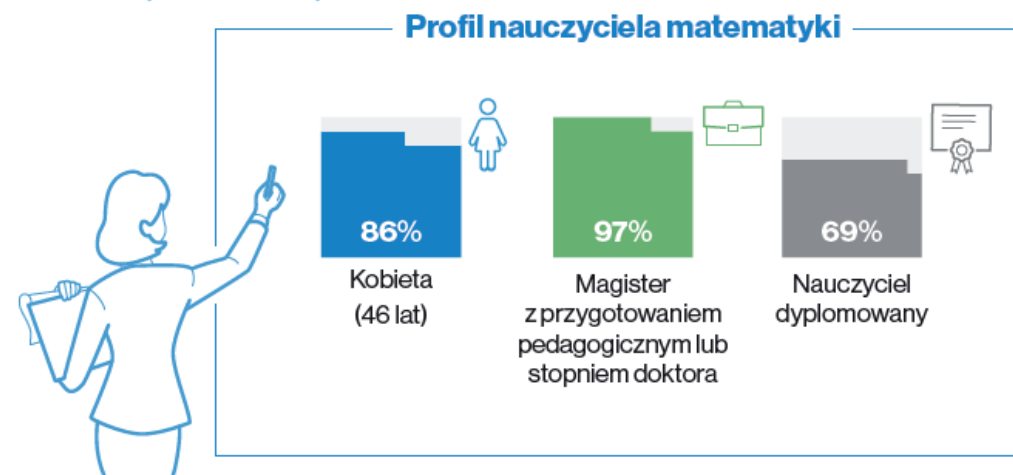
Ponadto, mając na uwadze istotne wady procesu nauczania matematyki w szkołach i związany z nimi wzrost odsetka uczniów z ocenami dopuszczającymi z tego przedmiotu na kolejnych etapach edukacyjnych, Najwyższa Izba Kontroli wnosi również o rozważenie możliwości zawieszenia egzaminu maturalnego z matematyki jako obowiązkowego dla wszystkich uczniów do czasu poprawy skuteczności nauczania tego przedmiotu w szkołach.

Raport NIK - Problem z nauką matematyki

Rekomendacje ekspertów

1. **Materiały dydaktyczne**
2. **Podstawa programowa**
3. **Wsparcie nauczycieli matematyki**
4. **Indywidualne formy pracy z uczniem**
5. **Modyfikacja egzaminu maturalnego z matematyki - przewidywalność, nietrywialność, użyteczność i adekwatność.**

Infografika nr 21
Profil nauczyciela matematyki



Źródło: Opracowanie własne NIK na podstawie danych z Systemu Informacji Oświatowej.

Jaki jest kierunek zmian ?

Co wiemy ?

- Nowa podstawa programowa
 - Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 stycznia 2018 r. w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia
 - Podstawa programowa kształcenia ogólnego z komentarzem Matematyka (MEN)
 - Informator o egzaminie maturalnym z matematyki jako przedmiotu obowiązkowego (poziom podstawowy) od roku szkolnego 2022/2023 (CKE)
 - Informator o egzaminie maturalnym z matematyki jako przedmiotu dodatkowego (poziom rozszerzony) od roku szkolnego 2022/2023 (CKE)

Jaki jest kierunek
zmian ?

Nowa podstawa
programowa

Nauczanie matematyki w szkole opiera się na trzech fundamentach:

- nauce rozumowania matematycznego,
- kształceniu sprawności rachunkowej,
- przekazywaniu wiedzy o własnościach obiektów matematycznych.

Jaki jest kierunek zmian ? Nowa podstawa programowa

Cele kształcenia – wymagania ogólne

- I. Sprawność rachunkowa.
- II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
- III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
- IV. Rozumowanie i argumentacja.

Podstawa programowa przedmiotu matematyka

III etap edukacyjny: 4-letnie liceum ogólnokształcące oraz 5-letnie technikum

Zakres podstawowy i rozszerzony

Cele kształcenia – wymagania ogólne

I. Sprawność rachunkowa.

Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.
2. Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.
2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.
3. Tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących, w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.
4. Wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań.

IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkietapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.
3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów, gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia.
4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.

Jaki jest kierunek zmian ?

Nowa podstawa programowa

Treści nauczania - zmiany

- Nowość - pojawiły się dowody wybranych twierdzeń, przywrócenie elementów logiki matematycznej.
- Zwiększono materiał w zakresie podstawowym np. algebra – wzory skróconego mnożenia, wielomiany, geometria – tw. cosinusów i sinusów, rachunek prawdopodobieństwa – wartość oczekiwana.
- Zwiększono materiał w zakresie rozszerzonym np. ciągi – twierdzenie o 3 ciągach, rachunek prawdopodobieństwa.
- Optymalizacja, zastosowania.

Twierdzenia, dowody – zakres podstawowy

1. Istnienie nieskończenie wielu liczb pierwszych.
2. Niewymierność liczb: $\sqrt{2}$, $\log_2 5$ itp.
3. Wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego.
4. Podstawowe własności potęg (o wykładnikach całkowitych i wymiernych) i logarytmów.
5. Twierdzenie o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ wraz ze wzorami rekurencyjnymi na współczynniki ilorazu i resztę (algorytm Hornera) – dowód można przeprowadzić w szczególnym przypadku, np. dla wielomianu czwartego stopnia.
6. Wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego.
7. Twierdzenie o kątach w okręgu:
 - 1) kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku;
 - 2) jeżeli dwa kąty są wpisane w ten sam okrąg, to są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na równych łukach.
8. Twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym. Jeśli odcinek CD jest wysokością trójkąta prostokątnego ABC o kącie prostym ACB , to $|AD| \cdot |BD| = |CD|^2$, $|AC|^2 = |AB| \cdot |AD|$ oraz $|BC|^2 = |AB| \cdot |BD|$.
9. Twierdzenie o dwusiecznej. Jeśli prosta CD jest dwusieczną kąta ACB w trójkącie ABC i punkt D leży na boku AB , to $\frac{|AD|}{|BD|} = \frac{|AC|}{|BC|}$.
10. Wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$.
11. Twierdzenie sinusów.
12. Twierdzenie cosinusów i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.

Jaki jest kierunek zmian ?
Nowa Matura

Wszystkie zadania egzaminacyjne będą sprawdzały poziom opanowania umiejętności określonych w następujących wymaganiach ogólnych w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkoły ponadpodstawowej (w nawiasach zapisano numery celów kształcenia podstawy programowej):

- sprawność rachunkowa (I)
- wykorzystanie i tworzenie informacji (II)
- wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji (III)
- rozumowanie i argumentacja (IV).

OPIS ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO

Egzamin maturalny z matematyki na poziomie podstawowym trwa 180 minut². W arkuszu egzaminacyjnym znajdzie się od 29 do 40 zadań. Łączna liczba punktów, jakie można uzyskać za prawidłowe rozwiązanie wszystkich zadań w arkuszu, jest równa 50.

Liczbę zadań oraz liczbę punktów możliwych do uzyskania za poszczególne rodzaje zadań w całym arkuszu przedstawiono w poniższej tabeli.

Rodzaj zadań	Liczba zadań	Łączna liczba punktów	Udział w wyniku sumarycznym
zamknięte	20–25	25	50%
otwarte	9–15	25	50%
RAZEM	29–40	50	100%

ZADANIA NA EGZAMINIE

Zadania na egzaminie maturalnym z matematyki na poziomie rozszerzonym będą wyłącznie zadaniami otwartymi.

OPIS ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO

Egzamin maturalny z matematyki na poziomie rozszerzonym trwa 180 minut².

W arkuszu egzaminacyjnym znajdzie się od 10 do 14 zadań otwartych.

Łączna liczba punktów, jakie można uzyskać za prawidłowe rozwiązanie wszystkich zadań w arkuszu, jest równa 50.

Jakie zadania ?

- I. Sprawność rachunkowa.
- II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
- III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji - zadania z kontekstem praktycznym/realistycznym , modelowanie matematyczne
- IV. Rozumowanie i argumentacja – zadania na dowodzenie

Zadanie 4. (0–3)

Funkcja f jest określona wzorem

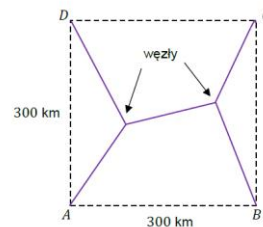
$$f(x) = \frac{-3x + 41}{x - 13} \text{ dla } x \neq 13.$$

Punktem kratowym nazywamy punkt w układzie współrzędnych, którego obie współrzędne są liczbami całkowitymi.

Wyznacz wszystkie punkty kratowe należące do wykresu funkcji f .

Zadanie 10. (0–6)

Cztery miasta A, B, C i D znajdują się w wierzchołkach kwadratu o boku 300 km. Pewna firma dostała zlecenie na zaprojektowanie sieci dróg, która będzie łączyć każde dwa z tych miast. Sieć ma posiadać dwa węzły, a łączna długość dróg w sieci ma być możliwie najmniejsza. (Przykład sieci dróg z dwoma węzłami, łączącej każde dwa z miast, przedstawiono na poniższym rysunku).



Oblicz, jaka musi być długość najkrótszej takiej sieci dróg i gdzie muszą być zlokalizowane węzły tej sieci.

Zadanie 20. (0–4)

Firma X wytwarza pewien produkt D. Badania rynku pokazały, że związek między ilością Q produktu D, jaką firma jest w stanie zbyć na rynku, a ceną P produktu jest następujący:

$$P(Q) = 90 - 0,1Q \text{ dla } Q \in [0, 900]$$

gdzie P jest ceną za jednostkę produktu w złotych, a Q – ilością produktu w tys. sztuk.

Koszty K wytworzenia produktu D zależą od ilości Q wytwarzanego produktu następująco:

$$K(Q) = 0,002Q^3 + Q^2 + 29,9985Q + 50$$

gdzie K jest kosztem produkcji w tys. zł.

Oblicz, przy jakiej wielkości produkcji firma X osiąga największy dochód. Wynik podaj zaokrąglony z dokładnością do 100 sztuk.



Wątpliwości ? Uczeń / Student

- Brak motywacji do nauki (62%)
- Tempo pracy jest nieodpowiednie
- Problemy ze zrozumieniem materiału (trudny i za dużo)
- Niejasne tłumaczenie materiału przez nauczycieli
- Korzystanie z korepetycji (przygotowanie do sprawdzianów i egzaminów)

	SZKOŁY PODSTAWOWE	GIMNAZJA	SZKOŁY PONADGIMNAZJALNE
TRUDNE	GEOMETRIA	BRYŁY	PLANIMETRIA
	ZADANIA TEKSTOWE	WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE	TRYGONOMETRIA
	ALGEBRA	PIERWIĄSTKI	STEREOMETRIA
	UŁAMKI	RÓWNANIA	FUNKCJE
	OBLICZENIA PRAKTYCZNE	PROCENTY	CIĄGI
	MNOŻENIE I DZIELENIE	WYKRESY FUNKCJI	GEOMETRIA
LATWE		LICZBY WYMIERNE	RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI
		POTĘGI	WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE
		FIGURY PŁASKIE	LICZBY RZECZYWISTE

Źródło: Opracowanie własne NIK na podstawie badań ankietowych przeprowadzonych wśród uczniów.

Wątpliwości ?

- Efekty – efekty uczenia się , czy uczenia ”pod egzamin ” ?
- Podstawa programowa – wystarczające zmiany ?
- Co na to uczelnie - Luka między szkolną a akademicką matematyką ?
- Egzamin maturalny według nowych wytycznych - jakie przyniesie zmiany ?
- Sytuacja pandemiczna, co dalej ?

Wiedza jest jedyną rzeczą, która wzbogaca, a której nikt
nikomu nie może odebrać
(Ignacy Jan Paderewski)

Dziękuję za uwagę.