



**GDAŃSK UNIVERSITY
OF TECHNOLOGY**

Kompetencje matematyczne uczniów a rozumowania matematyczne, na podstawie konkursu "Od szkolniaka do żaka"

Dorota Żarek

Stanisław Domachowski

CNMIKnO

Politechnika Gdańska



Organizatorzy

członkowie Zespołu ds.
Współpracy ze Szkołami
Centrum Nauczania Matematyki
i Kształcenia na Odległość
Politechniki Gdańskiej



Uczestnicy

uczniowie szkół podstawowych
oraz gimnazjalnych
wykazujących zainteresowanie
matematyką

Cele konkursu



- rozwijanie zainteresowań matematycznych,
- rozwijanie kultury matematycznej wśród uczniów szkoły podstawowej i gimnazjalnej,
- popularyzowanie matematyki wśród dzieci i młodzieży,
- wyłonienie talentów matematycznych wśród uczniów,
- stworzenie życzliwej atmosfery i zdrowej rywalizacji,
- dostarczenie uczniom satysfakcji, szansy i radości z sukcesu.

Przebieg konkursu

Etap 1

- Klasy V, VI, VII i VIII
- Uczestnicy przesyłają rozwiązania do CNMiKnO

Etap 2

- Klasy V, VI, VII i VIII
- Uczestnicy przesyłają rozwiązania do CNMiKnO

Etap 3

- Finał
- Odbywa się na terenie Politechniki Gdańskiej

Kilka liczb



OD SZKOLNIKA DO ŻAKA

klasy 7 i 8 szkoły podstawowej

rok szkolny 2020/2021

Zadania – etap III

- Zadanie 1.** Uzasadnij, że różnica między liczbą czterocyfrową, której cyfra setek jest zero, a liczbą zapisaną tymi samymi cyframi, ale w odwrotnej kolejności, jest podzielna przez 9.
- Zadanie 2.** Wyznacz wszystkie liczby a , dla których odwrotnością liczby $b = \sqrt{a} - 5$ jest liczba $c = \frac{1}{24}(\sqrt{a} + 5)$. Następnie oblicz sumę liczb b i c .
- Zadanie 3.** W małej chińskiej wiosce mieszkają trzydzieści trzy rodziny. Każda z nich ma jeden, dwa lub trzy rowery. Liczba rodzin posiadających trzy rowery jest taka sama jak liczba rodzin posiadających tylko jeden rower. Ile jest rowerów w tej wiosce?
- Zadanie 4.** Rozwiąż nierówność: $81^{12} \cdot x + 27^{14} \cdot 11 < 27^{16} \cdot 2x + 2 \cdot 9^{21}$.
- Zadanie 5.** Dany jest trójkąt prostokątny o bokach 5, 12 i 13 (cm). Znajdź punkt równo oddalony od wszystkich boków tego trójkąta. Jaka jest odległość szukanego punktu od każdego z boków tego trójkąta?

Analiza rozwiązań

Dany jest trójkąt prostokątny o bokach 5, 12 i 13 (cm). Znajdź punkt równo oddalony od wszystkich boków tego trójkąta. Jaka jest odległość szukanego punktu od każdego z boków tego trójkąta?

W małej chińskiej wiosce mieszkają trzydzieści trzy rodziny. Każda z nich ma jeden, dwa lub trzy rowery. Liczba rodzin posiadających trzy rowery jest taka sama jak liczba rodzin posiadających tylko jeden rower. Ile jest rowerów w tej wiosce?

Dany jest trójkąt prostokątny o bokach 5, 12 i 13 (cm). Znajdź punkt równo oddalony od wszystkich boków tego trójkąta. Jaka jest odległość szukanego punktu od każdego z boków tego trójkąta?

Diagram of a right-angled triangle with legs 5 and 12, and hypotenuse 13. The inradius is denoted as r . The diagram shows the triangle with dashed lines representing the radii to the sides and the incenter.

Handwritten calculations:

$$2,5^2 + 6^2 = 6,25 + 36 = 42,25$$

$$\sqrt{42,25} = 6,5$$

$$\frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

$$\frac{60}{13} = r$$

$$\frac{4 \cdot 6,5 \cdot 6,5}{2} = 2 \cdot (30 + 69)$$

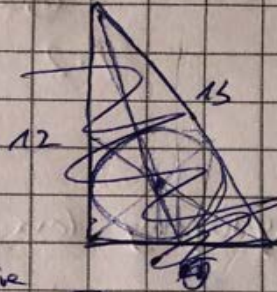
Final answer: Odległość wynosi 2,30769

Ma on boki 5, 12, 13, więc jest prostokątny, ponieważ:

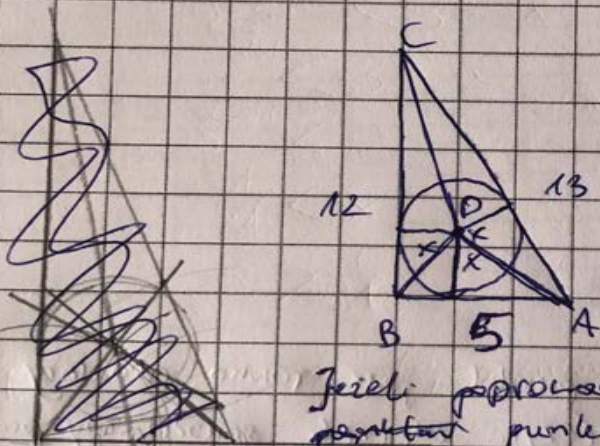
$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

$$25 + 144 = 169$$

$$169 = 169$$



~~Jeżeli boki są nierówne, to nie jest prostokąt, więc nie ma punktu D, który leży na prostej przechodzącej przez punkty D (które leżą na prostej przechodzącej przez punkty D) to otrzymano dwa przystające trójkąty. Oblicz trójkąta:~~



Jeżeli poprowadzimy odcinki z punktow punktow punktu D (które leżą na prostej przechodzącej przez punkty D) to otrzymano dwa przystające trójkąty.

Oblicz trójkąta:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 30 \text{ cm}^2$$

kt. Teraz policzmy współrzędne za pomocą obliczenia pol. małych trójkątów: ADC, BDA, BDC

$$P = \frac{1}{2} (x \cdot 3 + x \cdot 12 + x \cdot 5) = 30 \text{ cm}^2$$

Zatem

$$30 = \frac{1}{2} x \cdot 30 \text{ cm} \quad | : (30 \text{ cm})$$

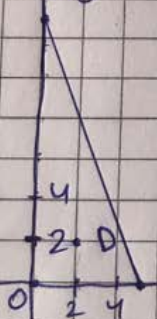
$$1 = \frac{1}{2} x$$

$$| \cdot 2$$

$$2 = x$$

$$x = 2 \text{ cm}$$

Jeśli narysujemy ten trójkąt na układzie współrzędnych, będziemy mogli określić położenie punktu D.

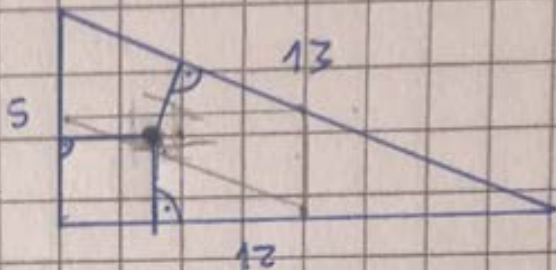


Jeśli że ten punkt jest równo oddalony od wszystkich boków (czyli odcinek spuszczonego pod kątem prostym z punktu D na dowolny bok wynosi 2) to współrzędne punktu D wynoszą (2,2)

Odp: Punkt równo oddalony od boków tego trójkąta ma współrzędne (2,2) i jest oddalony od tych boków o 2 cm

Narysujmy sobie ten trójkąt

Za pomocą linijki odmierzymy punkt znajdujący się w takiej samej odległości od wszystkich boków



Trójkąt jest rozszerzony w innej skali (pomniejszony dwukrotnie) aby
i tak możemy z łatwością zmierzyć odległość punktu od wszystkich boków

Odległość ta wynosi 2 cm

Odp: Odległość szarego punktu jest oddalona o 2 cm od każdego boku tego trójkąta

Mamy Δ prostokątny o bokach 5, 12 i 13 (cm)

$$P_{\Delta} = \frac{18 \cdot 5}{2} = 30 \text{ cm}^2 \quad \checkmark$$

x - odległość od tego punktu



Spóbuje teraz narysować 2-sieczne kątów tego Δ .



Na rysunku nie widać tego dokładnie, ale przecinają się one w jednym punkcie (dwusieczne) na rysunku nie są równe dlatego punkt powinien być bardziej na prawo. Spóbuje go zornaczyć

Wtedy według zasad dwusiecznych jeśli od tego punktu poprowadzimy proste prostopadłe do boków to będą one równe. \checkmark

Skoro są one równe to przy danej prostym Δ powstanie nam kwadrat.

Ten punkt powinien się znaleźć równo nad połową boku o długości 5 cm. A to oznacza, że może dotyczyć długości tego punktu od boków:

$$5 : 2 = 2,5 \text{ cm}$$

Odp: Odległość tego punktu od boków jest równą 2,5 cm.

W małej chińskiej wiosce mieszkają trzydzieści trzy rodziny. Każda z nich ma jeden, dwa lub trzy rowery. Liczba rodzin posiadających trzy rowery jest taka sama jak liczba rodzin posiadających tylko jeden rower. Ile jest rowerów w tej wiosce?

Dane:

ilości rodzin $\rightarrow 33$

ilości rowerów w wiosce $\rightarrow ?$

	1 r.	2 r.	3 r.
ilości rodzin	X	$33 - X - X = 33 - 2X$	X
ilości rowerów	$1 \cdot X = X$	$2(33 - 2X) = 66 - 4X$	$3X$

Obliczyć:
znaleźć:
ilości rowerów w wiosce $\rightarrow ?$

Z war. zad. $\rightarrow X + 66 - 4X + 3X =$
 $= 66 - 4X + 4X = \underline{66} \rightarrow$ ilości rowerów

Odp.: W tej wiosce jest 66 rowerów.

Sprawdźmy nasze rozwiązanie:

gdzie: 1 rowek ma 10, 2 rowki ma 13, 3 rowki ma 10

$$10 + 26 + 30 = 66$$

gdzie: 1 rowek ma 9, 2 rowki ma 15, 3 rowki ma 9

$$9 + 30 + 27 = 66$$

gdzie: 1 rowek ma 11, 2 rowki ma 11, 3 rowki ma 11

$$11 + 22 + 33 = 66$$

Odp: W tej wiosnie jest 66 rowków.

Shoro liizla rodnin 1 3 rowerami jest taka suma jako liizla rodnin
(3+1)·2=2

2 1 rowerem, to inelno te rodniny miin boizla yo 2 rowery. Pozostaje

rodniny miin yo 2 rowery, a zatem kazda rodnina ma inelno 2 row

$$33 \cdot 2 = 66$$

W tej misie jest ~~jest~~ 66 rowerów

x - liczba rowerów

y - liczba rodzin z 1 rowerem

~~$9x + 3y = x$~~ Mamy równanie:

$$y + 3y + 2 \cdot (33 - 2y) = x \quad \checkmark$$

$$4y + 66 - 4y = x$$

$$66 = x$$

$$x = 66$$

Odp: W tej wiosce jest 66 rowerów

Skład zespołu do spraw współpracy ze szkołami

- ❖ Mgr Danuta Beger
- ❖ Mgr Mirosław Bednarczyk
- ❖ Dr Krzysztof Radziszewski
- ❖ Mgr Katarzyna Kiepiela
- ❖ Mgr inż. Renata Zakrzewska
- ❖ Mgr Justyna Woron
- ❖ Mgr Małgorzata Kula
- ❖ Mgr inż. Dorota Żarek
- ❖ Dr Stanisław Domachowski



Osoby wspomagające organizację konkursu

- ❖ Inż. Izabela Treder
- ❖ Mgr Anna Styn
- ❖ Marcin Stępnia

DZIĘKUJEMY ZA UWAGĘ



GDAŃSK UNIVERSITY
OF TECHNOLOGY



HISTORY IS WISDOM
FUTURE IS CHALLENGE