

# METODY AKTYWIZACJI STUDENTÓW NA ZAJECIACH Z MATEMATYKI

dr Dorota Krawczyk-Stańdo

Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki

Politechnika Łódzka



# MATEMATYKA

## na kierunkach niematematycznych

### ► MATEMATYKA

- Architecture
- Budownictwo
- Inżynieria Środowiska w Budownictwie
- Planowanie Przestrzenne

### ► MATEMATYKA FINANSOWA

- Inżynieria Środowiska w Budownictwie
- Planowanie Przestrzenne



**W JAKI SPOSÓB**

**ZAKTYWIZOWAĆ**

**STUDENTÓW**

**NA**

**ZAJECIACH**

**Z**

**MATEMATYKI?**





# METODY

- ▶ **TESTY NA UCZELNIANEJ PLATFORMIE WIKAMP**
- ▶ **CASE TEACHING**
- ▶ **PROJEKT**
- ▶ **ODWRÓCONA KLASA**



# **METODY**

***ZASTOSOWANE DO  
WYBRANYCH FRAGMENTÓW  
REALIZOWANEGO MATERIAŁU***



# TESTY NA UCZELNIANEJ PLATFORMIE WIKAMP

- WYKONYWANE PODCZAS ZAJĘĆ
  - ✓ *ĆWICZENIA*
  - ✓ *WYKŁADY*
- WYKONYWANE POZA ZAJĘCIAMI
  - ✓ *PRACA DOMOWA*
  - ✓ *PRACA SAMODZIELNA*

# TESTY NA UCZELNIANEJ PLATFORMIE WIKAMP

## *PRZYKŁADY*







EX.2

Which of the following are not propositions?

- $x = 3$
- $e^0 = 1$
- $\forall_{x \in \mathbb{N}} (x > -8)$
- Poland is located in Europe.
- $\sqrt{4} = -2$
- $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x^2 \leq 0)$
- $\cos(2\pi) = 1$
- $2 + 2 = 9$



EX.9b

Determine whether  $f(x)$  has any asymptotes:  $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2}$ .

- function  $f(x)$  has oblique asymptote  $y = x - 3$
- $x = 0$  is a two-sided vertical asymptote of the function  $f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- the function  $f(x)$  has a horizontal asymptote
- all the answers mentioned are false
- the function  $f(x)$  has two different vertical asymptotes

### Pytanie nr 3

Czynnik akumulacji w modelu oprocentowaniu prostego zależy od:

Wybierz wszystkie poprawne:

- nie zależy od żadnej z wymienionych propozycji
- czasu
- kapitału początkowego
- oprocentowania
- kapitału zakumulowanego

EX.1

**DEFINITION**

A **proposition (or statement)** is a

declarative  sentence (that is, a sentence that declares a fact) that is

either  true or false, but not both.

Pytanie nr 14

**Uzupełnij.**

Kupony obligacji liczy się od ceny

emisyjnej

rynkowej

nominalnej

nie można jednoznacznie stwierdzić



Pytanie nr 10

**Uzupełnij.**

Kapitał początkowy otrzymany po dyskontowaniu matematycznym kwoty 20 000 zł jest

większy



niż otrzymany po dyskontowaniu handlowym.

# CASE TEACHING

(GRUPY 4-OSOBOWE, ZALICZA ZADANIE Z KOLOKWIUM)

## ▶ OCENA OPŁACALNOŚCI INWESTYCJI - - MATEMATYKA FINANSOWA

- *Inżynieria Środowiska w Budownictwie*
- *Planowanie Przestrzenne*

## ▶ ZASTOSOWANIE GEOMETRYCZNE CAŁKI OZNACZONEJ - MATEMATYKA

- *Architecture*
- *Planowanie Przestrzenne*



# OCENA OPŁACALNOŚCI INWESTYCJI



# PROJEKT-MIERNIKI OCENY INWESTYCJI FINANSOWYCH



Politechnika Łódzka

Projekt wykonali:



## CZEGO DOTYCZYŁ PROJEKT?

Przygotowany przez nas projekt dotyczył stworzenia pomysłu na prowadzenie opłacalnego biznesu.

Do wykonania projektu potrzebne były nam:

założone dane,

informacje na temat obecnych cen,

Microsoft Excel,

grafiki





Wiemy, co dobre

## POMYSŁ NA BIZNES...

Doszliśmy do wniosku, iż dobrym pomysłem na utworzenie działalności, będzie otwarcie nowoczesnej, nietuzinkowej pączkarni w centrum Łodzi. Pączkarnia będzie miejscem, gdzie nie tylko można zjeść czy napić się kawy, warto zwrócić uwagę na to, że stworzone zostały tam strefy pozwalające m.in. Na spokojne czytanie czy pracę zdalną. W projekcie uwzględniliśmy 8-letnią działalność gospodarczą.

# ROZWIĄZANIE

Jak udało nam się założyć i opłacalnie prowadzić firmę?

Największą rolę w założeniu firmy odegrał kapitał własny, dzięki niemu mogliśmy zrezygnować z zapożyczania się w banku. Aby rozpocząć działalność musieliśmy wynająć lokal, wyremontować go oraz zakupić potrzebny do działania sprzęt i zatrudnić pracownika. Warto zaznaczyć, iż w niektórych latach czekały nas niespodziewane wydatki. Kosztorys pokazujący nasze zagospodarowanie finansowe w ciągu 8 lat prezentuje się następująco:

rok	przychód	koszty	dochód
1	130000	70000	60000
2	130000	74000	56000
3	100000	70000	30000
4	120000	70000	50000
5	80000	82000	-2000
6	100000	107200	-7200
7	130000	107200	22800
8	145000	107200	37800

# ROZWIĄZANIE CZ. II

Aby dojść do całkowitego rozwiązania jakim był kosztorys, musieliśmy obliczyć poszczególne składowe:

- Wkład własny – aby rozpocząć działalność
- Koszty poniesione w wyniku prowadzenia działalności
- Koszty niespodziewane

Ostatnim elementem było wyliczenie: NPV i IRR korzystając z Microsoft Excel

wkład własny		koszty	
wkład własny	20000	produkty spożywcze	18000
wkład własny	2500	reklamy	10000
wkład własny	50000	wypłata na pracownika	42000
<u>suma</u>	72500	suma	70000

rok	dodatkowe koszty	
	2 zepsuty ekspres	4000
	5 nowe stoliki	12000
	Dodatkowy 6 pracownik	37200

oprocentowanie	oprocentowanie
NPV	137335.0
IRR	-0.714



ROZPŁYŃ SIĘ W NADZIENIU JAK KAPIBARA PĄCZKARA



NASZ BIZNES-PLAN  
OKAZAŁ SIĘ SUKCESEM!  
BYŁA TO KWESTIA NIE  
TYLKO DOBREGO  
ROZPLANOWANIA  
FINANSÓW ALE I  
PROMOCJI PĄCZKARNI



## PRZYKŁADOWE MENU ZACHĘCAJĄCE KLIENTÓW



WIELU KLIENTÓW KORZYSTAŁO Z  
NASZYCH USŁUG ZE WZGLĘDU NA  
ROZAMITE PROMOCJE I OKAZJE





Projekt matematyka  
finansowa

---

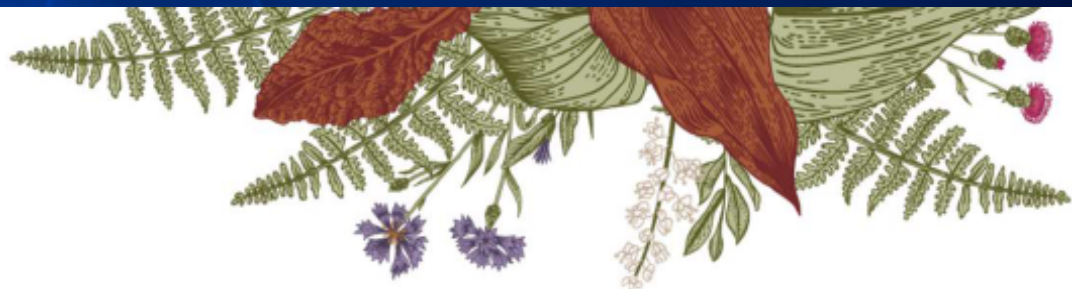


Logo Kwiaciarni



## Plan działania

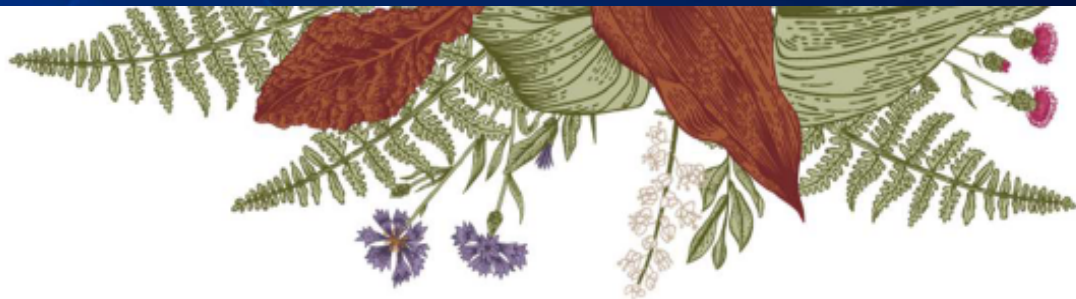
- Pomysł na biznes
- Wkład własny
- Dofinansowanie
- Koszty poniesione na pierwsze 3 lata biznesu
- Przychody, koszty i dochody na pierwsze 3 lata
- Czy biznes się opłacił?



# Pomysł na biznes

Otwieramy kwiaciarnię w Łodzi na ulicy aleje Politechniki 1 – Sukcesja. W okolicy jest 5 kwiaciarni, ale nasza będzie wyróżniała się świadczonymi usługami. Będzie można w niej zakupić nie tylko gotowe bukiety, ale również kwiaty ogrodowe, sprzęty i różnego rodzaju opryski i nawozy potrzebne do ogrodu. Będziemy miały duży asortyment w różnorodnych cenach.



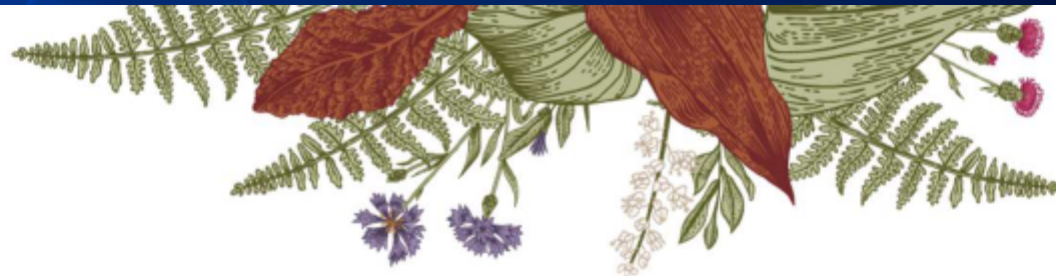


# Wkład własny

Otrzymaliśmy w spadku po dziadku 20 tysięcy złotych postanowiliśmy wykorzystać je w rozsądny sposób. Całe wakacje pracowaliśmy na truskawkach w Holandii dzięki czemu każdy z nas ma po 20 tysięcy złotych.

Co daje nam w sumie 80 tysięcy złotych.





# Dofinansowanie

Złożyliśmy podanie o dofinansowanie dla młodych na otwarcie własnego biznesu. Wniosek został rozpatrzony pozytywnie w związku z czym otrzymałyśmy 100 tysięcy złotych na własny biznes.

Podsumowując z naszymi oszczędnościami i dofinansowaniem mamy łącznie na start 180 tysięcy złotych.







# Koszty poniesione na 1 rok działania biznesu

- Wynajem lokalu (z wodą i prądem) 1 500zł miesięcznie, czyli rocznie 18 000 zł.
  - Wyposażenie w meble i odświeżenie lokalu na start wynosi 10 000 zł.
  - Zakup komputera, kasy fiskalnej i terminala płatniczego wynosi 6 200 zł.
    - Zakup chłodni do kwiatów 25 000 zł.
    - Założenie klimatyzacji 1 500 zł.
  - Zakup podstawowych materiałów florystycznych wynosi 22 300 zł
    - Zakup kwiatów, liści, żywych roślin 75 500 zł.
  - Wszystkie niezbędne składki i podatki wynoszą 19 800 zł.





# Koszty poniesione na 2 rok działania biznesu

- Wynajem lokalu (z wodą i prądem) 1 500zł miesięcznie, czyli  
rocznie 18 000 zł.
  - Przegląd klimatyzacji 500 zł.
- Zakup podstawowych materiałów florystycznych wynosi 15 500 zł
  - Zakup środków ochrony roślin wynosi 12 200 zł.
  - Zakup kwiatów, liści, żywych roślin 80 800 zł.
- Wszystkie niezbędne składki i podatki wynoszą 20 800 zł.

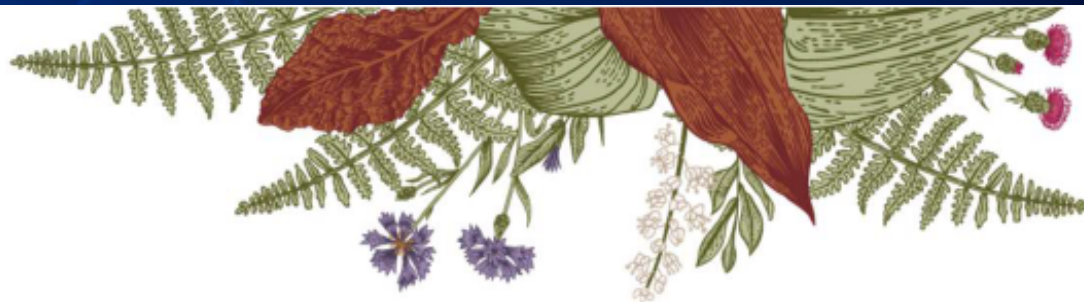




# Koszty poniesione na 3 rok działania biznesu

- Wynajem lokalu (z wodą i prądem) 1 500zł miesięcznie, czyli rocznie 18 000 zł.
  - Naprawa chłodni wynosi 8 000 zł.
- Zakup podstawowych materiałów florystycznych wynosi 31 000 zł
  - Zakup środków ochrony roślin wynosi 35 200 zł.
  - Zakup kwiatów, liści, żywych roślin 102 200 zł.
- Wszystkie niezbędne składki i podatki wynoszą 21 800 zł.





## Czy biznes się opłacił?

Przy efektywnej stopie procentowej wynoszącej 2% NPV wyniosło 142 356,70 zł wychodzi na to, że biznes się opłacił i lepiej go prowadzić niż wpłacić pieniądze do banku na lokatę.

IRR wynosi 26,99%, czyli bank musiałby zaoferować oprocentowanie większe niż 27%, aby lepiej było oddać pieniądze do banku i mieć spokój niż prowadzić ten biznes.







Otwieramy nowy biznes!



# ZASTOSOWANIE GEOMETRYCZNE CAŁKI OZNACZONEJ



Ogrodzenie działki rekreacyjnej wybudowane jest na krzywych o równaniach:

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 4, y = x - 4, y = -x - 4.$$

Jaką powierzchnię mamy do dyspozycji przebywając na tej działce (ile trawy do zasiania)?

Od bramy - punkt B(-1, -3) do altany - punkt A(0,2) w linii prostej z kamiennych płyt o wymiarach:  $1m \times 1m$  ma zostać ułożona ścieżka.

Czy 8 płyt wystarczy do ułożenia ścieżki?

*Wykonaj obliczenia stosując całki i naszkicuj rysunki pomocnicze.*

*Uwaga: We wszystkich obliczeniach jednostką jest metr.*

*Obliczamy pole ograniczone przez następujące krzywe:*

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 4,$$

$$y = x - 4,$$

$$y = -x - 4$$

*Korzystając ze wzoru na obliczanie pola ograniczonego krzywymi:*

$$|D| = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$$
$$-4 \leq x \leq 4$$

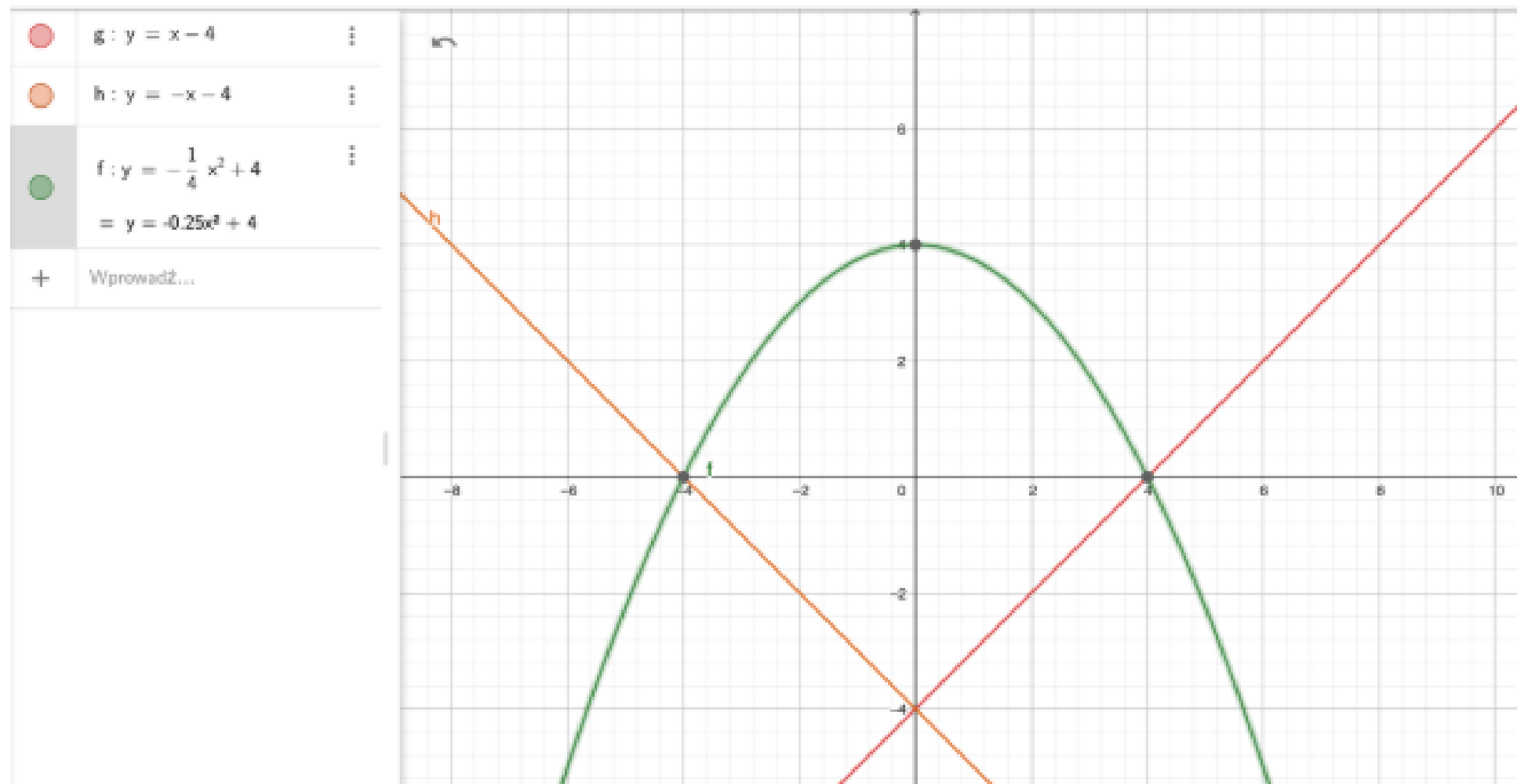
$$\text{I. } \int_{-4}^4 [(-\frac{1}{4}x^2) - (x - 4)] dx = -\int_{-4}^4 \frac{1}{4}x^2 - x + 4 dx = -\int_{-4}^4 \frac{1}{4}x^2 dx - \int_{-4}^4 x dx + \int_{-4}^4 4 dx = (-\frac{x^3}{12} - \frac{x^2}{2} + 4x) \Big|_{-4}^4 =$$
$$(-\frac{4^3}{12} - \frac{4^2}{2} + 4 * 4) - (-\frac{(-4)^3}{12} - \frac{(-4)^2}{2} + 4 * (-4)) = \frac{64}{3} [m^2]$$

$$\text{II. } \int_{-4}^4 [(-\frac{1}{4}x^2) - (-x - 4)] dx = \frac{64}{3} [m^2]$$

$$\text{I+II. } |D| = \int_{-4}^4 [(-\frac{1}{4}x^2) - (x - 4)] dx + \int_{-4}^4 [(-\frac{1}{4}x^2) - (-x - 4)] dx = \frac{64}{3} + \frac{64}{3} \approx$$
$$42,7 [m^2]$$



## Rysunek w geogebrze:

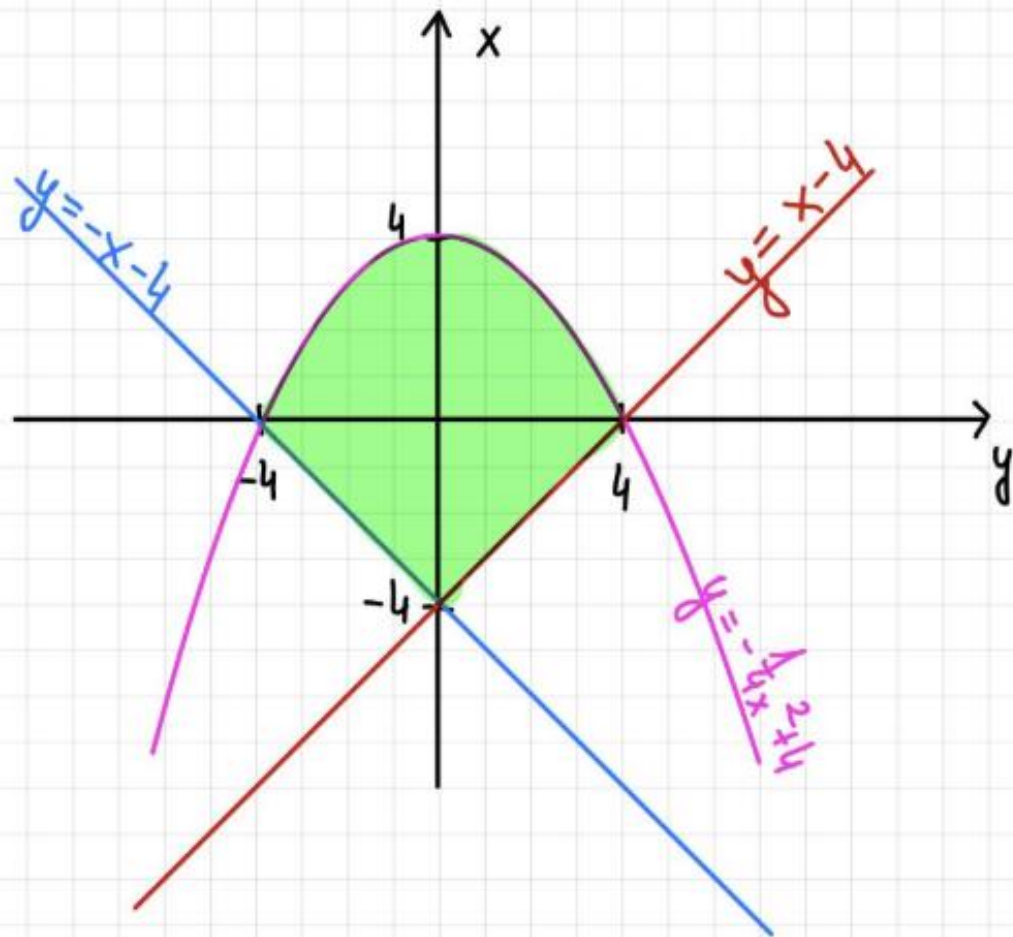


Samodzielny rysunek:

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$$

$$y = x - 4$$

$$y = -x - 4$$



Odp. Przebywając na działce mamy do dyspozycji powierzchnię 42,7 [m<sup>2</sup>]

b) Czy 8 płyt wystarczy do jej ułożenia?

$$y = ax + b \quad A(0,2), B(-1,3)$$

*Wyznaczamy równanie prostej:*

$$\begin{cases} 2 = 0a + b \\ -3 = -1a + b \\ -2 = -0a - b \\ -3 = -1a + b \\ -5 = -a/(-1) \\ a = 5 \\ b = 2 \end{cases}$$

Równanie prostej:  **$y=5x+2$**

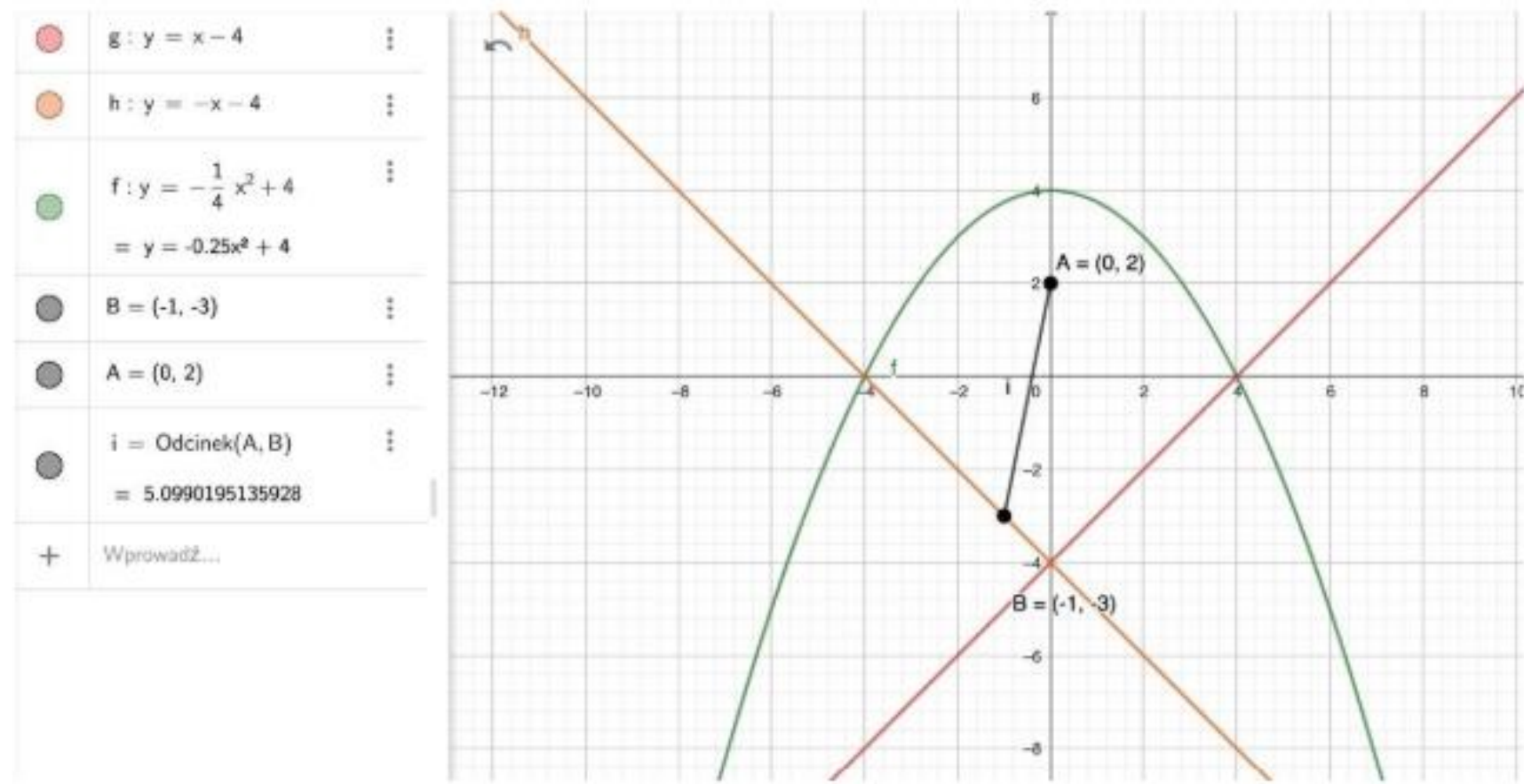
*Wyznaczamy długość łuku korzystając ze wzoru:*  $|l| = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$   
 $x \in \langle -1, 2 \rangle \quad f(x) = 5x + 2 \quad f'(x) = 5$

$$|l| = \int_{-1}^2 \sqrt{1 + [5]^2} dx = \int_{-1}^2 \sqrt{26} dx = \sqrt{26} [x]_{-1}^2 = \sqrt{26} (2 - (-1)) = \sqrt{26} (2 + 1) = \sqrt{26} \cdot 3 \approx 15,099m$$

Jedna płyta ma wymiar 1m x 1m, a do dyspozycji mamy 8 płyt co daje nam maksymalną długość ścieżki 8 m.

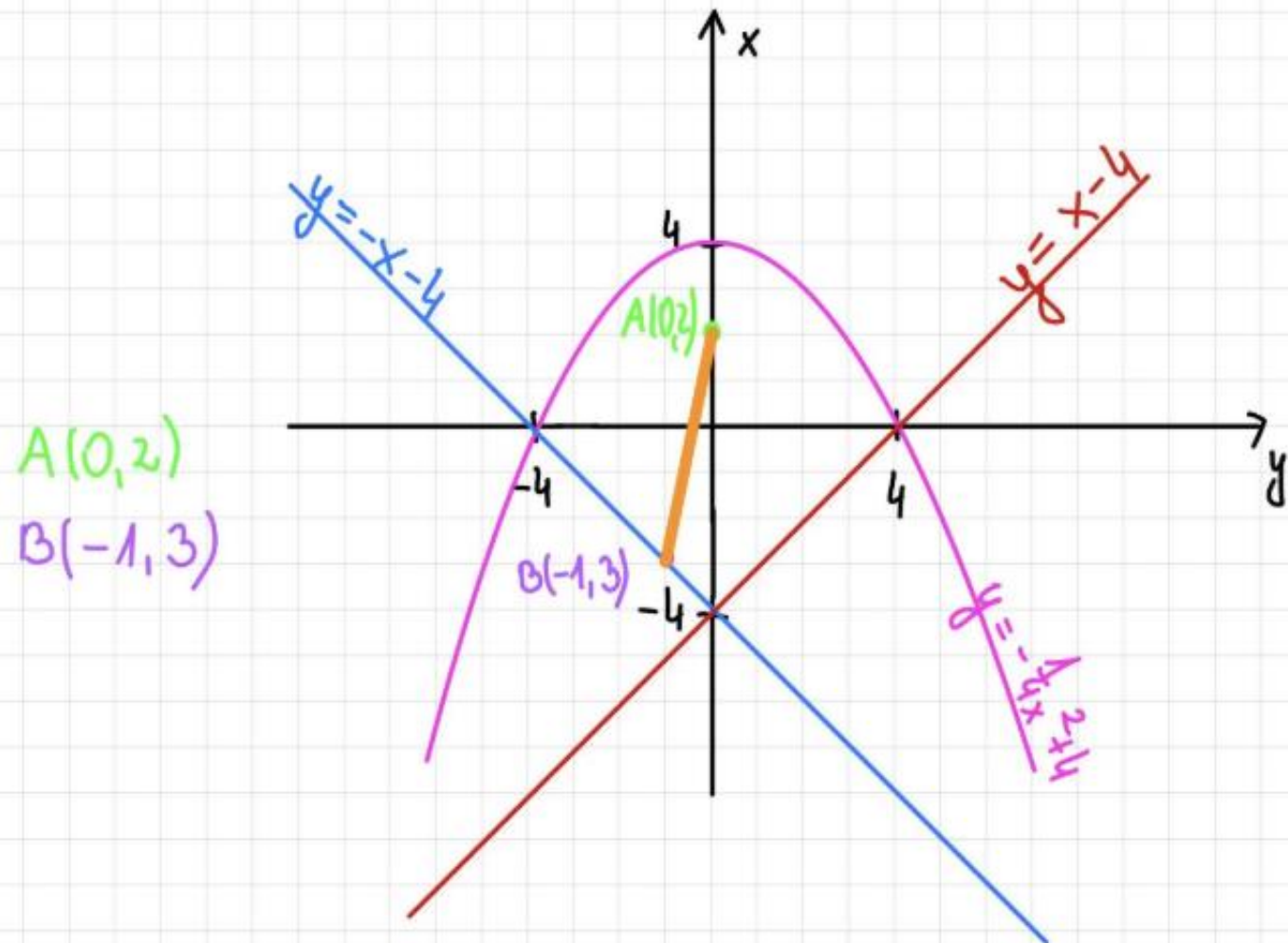
$$8\text{m} > 5,099\text{m}$$

*Rysunek w geogebrze:*





Samodzielny rysunek:



Odp. Mamy wystarczającą ilość płyt by zbudować ścieżkę  $8m > 5,099m$ .

# PROJEKT

## ▶ PORÓWNANIE RÓŻNYCH KREDYTÓW - - MATEMATYKA FINANSOWA-WYKŁAD

*(GRUPY 2-OSOBOWE, PUNKTY ZA AKTYWNOŚĆ)*

- Inżynieria Środowiska w Budownictwie
- Planowanie Przestrzenne

## ▶ KRZYWE STOŻKOWE I POWIERZCHNIE DRUGIEGO STOPNIA - MATEMATYKA

*(GRUPY 4-OSOBOWE, ZALICZA ZADANIE Z KOLOKWIUM)*

- Architecture
- Planowanie Przestrzenne



# PORÓWNANIE KREDYTÓW





# Plan spłaty kredytu

---



Celem zadania było przygotowanie planu spłaty kredytu, zadanie to wykonaliśmy dla kredytu:

- Na kwotę 500 000 zł
  - Spłacanego przez 25 lat – rata płatna co miesiąc
  - Wziętego w banku PKO BP – oprocentowanie 9,83%
- 

Założenie:

Kredyt został sporządzony dla jednej osoby,  
która ma stałe dochody  
wynoszące 10 000 zł netto

# Pełny harmonogram spłaty kredytu

Miesiąc	Raty stałe	Raty malejące
1	4 483,72 zł	5 762,50 zł
2	4 483,72 zł	5 748,85 zł
3	4 483,72 zł	5 735,19 zł
4	4 483,72 zł	5 721,54 zł
5	4 483,72 zł	5 707,89 zł
6	4 483,72 zł	5 694,24 zł
7	4 483,72 zł	5 680,58 zł
8	4 483,72 zł	5 666,93 zł
9	4 483,72 zł	5 653,28 zł
10	4 483,72 zł	5 639,63 zł
11	4 483,72 zł	5 625,97 zł
12	4 483,72 zł	5 612,32 zł
13	4 483,72 zł	5 598,67 zł
14	4 483,72 zł	5 585,01 zł
15	4 483,72 zł	5 571,36 zł
16	4 483,72 zł	5 557,71 zł
17	4 483,72 zł	5 544,06 zł
18	4 483,72 zł	5 530,40 zł
19	4 483,72 zł	5 516,75 zł
20	4 483,72 zł	5 503,10 zł
21	4 483,72 zł	5 489,44 zł
22	4 483,72 zł	5 475,79 zł
23	4 483,72 zł	5 462,14 zł
24	4 483,72 zł	5 448,49 zł
25	4 483,72 zł	5 434,83 zł
26	4 483,72 zł	5 421,18 zł
27	4 483,72 zł	5 407,53 zł
28	4 483,72 zł	5 393,88 zł
29	4 483,72 zł	5 380,22 zł
30	4 483,72 zł	5 366,57 zł

31	4 483,72 zł	5 352,92 zł
32	4 483,72 zł	5 339,26 zł
33	4 483,72 zł	5 325,61 zł
34	4 483,72 zł	5 311,96 zł
35	4 483,72 zł	5 298,31 zł
36	4 483,72 zł	5 284,65 zł
37	4 483,72 zł	5 271,00 zł
38	4 483,72 zł	5 257,35 zł
39	4 483,72 zł	5 243,69 zł
40	4 483,72 zł	5 230,04 zł
41	4 483,72 zł	5 216,39 zł
42	4 483,72 zł	5 202,74 zł
43	4 483,72 zł	5 189,08 zł
44	4 483,72 zł	5 175,43 zł
45	4 483,72 zł	5 161,78 zł
46	4 483,72 zł	5 148,13 zł
47	4 483,72 zł	5 134,47 zł
48	4 483,72 zł	5 120,82 zł
49	4 483,72 zł	5 107,17 zł
50	4 483,72 zł	5 093,51 zł
51	4 483,72 zł	5 079,86 zł
52	4 483,72 zł	5 066,21 zł
53	4 483,72 zł	5 052,56 zł
54	4 483,72 zł	5 038,90 zł
55	4 483,72 zł	5 025,25 zł
56	4 483,72 zł	5 011,60 zł
57	4 483,72 zł	4 997,94 zł
58	4 483,72 zł	4 984,29 zł
59	4 483,72 zł	4 970,64 zł
60	4 483,72 zł	4 956,99 zł

241	4 483,72 zł	2 485,83 zł
242	4 483,72 zł	2 472,18 zł
243	4 483,72 zł	2 458,53 zł
244	4 483,72 zł	2 444,88 zł
245	4 483,72 zł	2 431,22 zł
246	4 483,72 zł	2 417,57 zł
247	4 483,72 zł	2 403,92 zł
248	4 483,72 zł	2 390,26 zł
249	4 483,72 zł	2 376,61 zł
250	4 483,72 zł	2 362,96 zł
251	4 483,72 zł	2 349,31 zł
252	4 483,72 zł	2 335,65 zł
253	4 483,72 zł	2 322,00 zł
254	4 483,72 zł	2 308,35 zł
255	4 483,72 zł	2 294,69 zł
256	4 483,72 zł	2 281,04 zł
257	4 483,72 zł	2 267,39 zł
258	4 483,72 zł	2 253,74 zł
259	4 483,72 zł	2 240,08 zł
260	4 483,72 zł	2 226,43 zł
261	4 483,72 zł	2 212,78 zł
262	4 483,72 zł	2 199,13 zł
263	4 483,72 zł	2 185,47 zł
264	4 483,72 zł	2 171,82 zł
265	4 483,72 zł	2 158,17 zł
266	4 483,72 zł	2 144,51 zł
267	4 483,72 zł	2 130,86 zł
268	4 483,72 zł	2 117,21 zł
269	4 483,72 zł	2 103,56 zł
270	4 483,72 zł	2 089,90 zł

271	4 483,72 zł	2 076,25 zł
272	4 483,72 zł	2 062,60 zł
273	4 483,72 zł	2 048,94 zł
274	4 483,72 zł	2 035,29 zł
275	4 483,72 zł	2 021,64 zł
276	4 483,72 zł	2 007,99 zł
277	4 483,72 zł	1 994,33 zł
278	4 483,72 zł	1 980,68 zł
279	4 483,72 zł	1 967,03 zł
280	4 483,72 zł	1 953,38 zł
281	4 483,72 zł	1 939,72 zł
282	4 483,72 zł	1 926,07 zł
283	4 483,72 zł	1 912,42 zł
284	4 483,72 zł	1 898,76 zł
285	4 483,72 zł	1 885,11 zł
286	4 483,72 zł	1 871,46 zł
287	4 483,72 zł	1 857,81 zł
288	4 483,72 zł	1 844,15 zł
289	4 483,72 zł	1 830,50 zł
290	4 483,72 zł	1 816,85 zł
291	4 483,72 zł	1 803,19 zł
292	4 483,72 zł	1 789,54 zł
293	4 483,72 zł	1 775,89 zł
294	4 483,72 zł	1 762,24 zł
295	4 483,72 zł	1 748,58 zł
296	4 483,72 zł	1 734,93 zł
297	4 483,72 zł	1 721,28 zł
298	4 483,72 zł	1 707,63 zł
299	4 483,72 zł	1 693,97 zł
300	4 483,72 zł	1 680,32 zł

# Podsumowanie

	RATY STAŁE	RATY MALEJĄCE
Suma rat:	1 345 116,77 zł	1 116 422,92 zł
Pierwsza rata:	4 483,72 zł	5 762,50 zł
Ostatnia rata:	4 483,72 zł	1 680,32 zł
Odsetki:	845 116,77 zł	616 422,92 zł



# Wnioski

- W przypadku kredytu o stałych ratach kapitałowych odsetek zapłacimy mniej niż w przypadku stałych rat pełnych
- Różnica pomiędzy odsetkami wyniosła prawie 230 000 zł, co pokazuje ile możemy zyskać wybierając stałe raty kapitałowe
- Niestety stałe raty kapitałowe mają wadę w postaci wysokich pierwszych rat

# Projekt

## Matematyka Finansowa Porównanie kredytów

Autorzy

### 1. Przyjęte założenia:

Chcemy kupić mieszkanie koszt takiego mieszkania to 500000zł. Naszym wkładem w to mieszkanie to 150000zł i dochody miesięczna w wysokość 7000zł miesięcznie nasza zdolność kredytowa wyniesie 393725,16zł co pozwoli na wzięcie pożyczki na kwotę 350000zł (będziemy rozpatrywali czy bardziej nam się opłaca wzięcie pożyczki w ratach stałych czy ratach zmiennych). Kredyt jest porównywany z tego samego banku (mBank) i przy stałym oprocentowaniu.

### 2. Porównanie kredytów:

W obu przypadkach oprocentowanie kredytu jest stałe przez pierwsze pięć lat i wynosi 8,22%. Po upływie tego okresu bank daje możliwość wyboru między oprocentowaniem stałym a zmiennym. Prowizja za udzielenie kredytu jest zerowa.

Kredyt z równymi ratami charakteryzuje się stałą ratą wynoszącą 2768,83 zł przez cały okres kredytowania. Dodatkowym kosztem jest ubezpieczenie na życie w wysokości 9125,77 zł. Główną zaletą tego rodzaju kredytu jest stabilność finansowa wynikająca z niezmienności raty, co pozwala na lepsze zarządzanie budżetem domowym. Mimo to, w początkowym okresie kredytowania większa część raty pokrywa odsetki, a nie kapitał. Przykładowo, w początkowej fazie rata kapitałowa wynosi zaledwie 360 zł, podczas gdy odsetki sięgają prawie 2400 zł.

W przypadku kredytu z malejącymi ratami pierwsza rata jest wyższa, wynosząc 3564,17 zł. Mimo dużych odsetek, które wynoszą około 2400 zł, rata kapitałowa jest wyższa i wynosi 1200 zł. Tego typu kredyt ma tę zaletę, że kapitał jest spłacany szybciej, co powoduje stopniowe zmniejszanie się odsetek i raty. Minusem jest wyższa początkowa rata, co może stanowić wyzwanie dla budżetu domowego, szczególnie na początku okresu kredytowania.

Podsumowując, kredyt z malejącymi ratami, pomimo wyższych początkowych rat, wydaje się bardziej opłacalny w długim okresie. Szybsza spłata kapitału prowadzi do mniejszych odsetek i obniżających się rat. Z kolei kredyt z równymi ratami zapewnia stabilność finansową dzięki stałej wysokości rat, co może być korzystne dla osób preferujących przewidywalność płatności. Jednak w długim okresie całkowity koszt tego kredytu może być wyższy.

W naszej ocenie, kredyt z malejącymi ratami jest lepszym rozwiązaniem, pomimo wyższych miesięcznych rat w początkowym okresie kredytowania. Z czasem wysokość rat maleje, co przekłada się na mniejsze obciążenie finansowe. Pierwsza rata wynosi około 3600 zł, podczas gdy ostatnia rata jest już tylko około 1200 zł.



# Kredyt ze stałą ratą

mBank

Data sporządzenia symulacji: 16-05-2024 10:43:08

## Symulacja kredytu hipotecznego oprocentowanego okresowo stałą stopą procentową w promocji „Zamieszkaż u siebie na stałe - edycja 1” nr KHS120711421.

### Założenia do symulacji:

Miesięczny dochód na rękę: 7 000,00 zł  
Spłacane raty kredytów: 150,00 zł  
Posiadane limity kredytów: 2 000,00 zł  
Deklarowana wartość zabezpieczenia: 500 000,00 zł  
Zdolność kredytowa: 393 725,16 zł

### Twój doradca:

Krzysztof Grzybowski  
Poblińskie, ul. Zamkowa 20  
krzysztof.grzybowski@mbank.pl  
515-064-573

### Informacje o kredycie

- Przez 5 lat (60 miesięcy) obowiązywania stałego oprocentowania masz pewność, że na kwotę Twojej raty **nie będzie wpływała zmienna stawka WIBOR**.
- W okresie obowiązywania stałego oprocentowania, **nie będziesz mógł przejść do zmiennego oprocentowania**.
- Po 5 latach, czyli gdy zakończy się okres stałego oprocentowania Twojego kredytu przedstawimy Ci nową propozycję stałego oprocentowania na kolejne 5 lat. Jeżeli nie zdecydujesz się na kolejny okres stałego oprocentowania, Twój kredyt będzie oprocentowany wg zmiennego oprocentowania uzależnionego od stawki WIBOR.

Kwota kredytu	350 000,00 zł
Okres spłaty	300 miesięcy
Typ rat	równe (annuitetowe)
Wysokość rat	pierwsza rata: 2 752,56 zł ostatnia rata: 2 766,84 zł
Oprocentowanie stałe przez pierwsze 5 lat	8,22%
Oprocentowanie zmienne po 5 latach	8,30% (marża 2,45% + WIBOR3M 5,85%)
Prowizja za udzielenie kredytu	0,00% kwoty udzielnego kredytu pierwsza: 157,50 zł
Składka za ubezpieczenie na życie i od innych zdarzeń	kolejne (miesięczne): 0,045% kwoty kredytu, która pozostała do spłaty

### Koszty kredytu

Koszty kredytu liczymy na dwa sposoby. Pierwsza symulacja przedstawia koszty kredytu, przy założeniu że kredyt zostanie całkowicie spłacony z końcem okresu stałego oprocentowania. Druga symulacja zakłada, że po okresie 5 lat stałego oprocentowania, kredyt będzie oprocentowany zmienną stopą procentową, przy założeniu, że stawka WIBOR za 5 lat będzie taka, jak w momencie wykonywania tej symulacji.

	dla 5 letniego okresu, w którym obowiązuje stałe oprocentowanie	dla całego okresu kredytowania
Rzeczywista roczna stopa oprocentowania (RRSO)	9,17%	8,92%
Całkowity koszt kredytu (CKK)	148 784,34 zł	492 439,58 zł
W tym:		
suma odsetek	138 914,77 zł	479 670,81 zł
provizja za udzielenie kredytu	0,00 zł	0,00 zł
ubezpieczenie na życie	9 125,77 zł (suma miesięcznych składek za 5 lat)	9 125,77 zł (suma miesięcznych składek za 5 lat)
ubezpieczenie nieruchomości	724,80 zł (suma składek za 5 lat)	3 624,00 zł (suma składek za cały okres kredytowania)
podatek od czynności cywilnoprawnych (PCC)	19,00 zł	19,00 zł





### Ważne pojęcia

- **Raty równe (annuitetowe)** - oznaczają, że przez cały okres kredytowania będziesz spłacać bankowi raty w tej samej wysokości. Pamiętaj, że mogą się zmienić, jeżeli zmianie ulegnie oprocentowanie Twojego kredytu.
- **Rzeczywista roczna stopa oprocentowania (RRSO)** - uwzględnia wszystkie koszty kredytu (w tym np. prowizje, odsetki i ubezpieczenia). Wszystkie banki muszą ją wyliczać tak samo, dzięki temu możesz łatwo porównać oferty różnych banków.
- **Całkowity koszt kredytu (CKK)** - to suma odsetek i opłat oraz opłat dodatkowych (np. ubezpieczenie na życie, prowizja), które wynikają z naszej Taryfy Prowizji i Opłat Bankowych oraz Tabeli Oprocentowania.
- **WIBOR3M** - stopa oprocentowania trzymiesięcznych pożyczek. Po takim koszcie banki udzielają sobie nawzajem kredytów na polskim rynku międzybankowym.
- **Oprocentowanie zmienne** - oprocentowanie kredytu to suma stopy referencyjnej, która zmienia się co 3 miesiące (WIBOR 3M) oraz stałej marży banku. Zmiana wartości wskaźnika referencyjnego wpływa na oprocentowanie kredytu hipotecznego. Oznacza to, że jeżeli wskaźnik referencyjny WIBOR wzrośnie, rata Twojego kredytu również wzrośnie. Jeśli wskaźnik referencyjny WIBOR zmaleje, Twoja rata również zmaleje. Oprocentowanie podlega aktualizacji zgodnie z warunkami, które określa Umowa o kredyt hipoteczny.
- **Oprocentowanie okresowo stałe** - stanowi okresowo stałą wartość procentową. Oznacza oprocentowanie niezmiennie przez okres 5 lat (60 miesięcy) z uwagi na zmianę stawek referencyjnych. Dzięki temu masz pewność, że w tym czasie rata Twojego kredytu hipotecznego **nie zmieni się z powodu zmiany stawek referencyjnych**. Po okresie 60 miesięcy możesz kontynuować spłatę kredytu wg okresowo stałego oprocentowania. Proponujemy nowego oprocentowania wydłamy Ci 2 miesiące przed upływem okresu stałego oprocentowania. Jeśli zdecydujesz się kontynuować spłatę wg nowej stawki oprocentowania, przygotujemy dla Ciebie aneks do umowy. Jeśli nie przedłużysz okresu stałego oprocentowania, przejdziesz na oprocentowanie zmienne.

### Symulacja rat kredytu

Symulacja spłat rat kredytu liczona jest wg okresowo stałego oprocentowania. Oznacza to, że Twoja rata przez okres 5 lat (60 miesięcy) nie ulegnie zmianie jeśli na rynku zmienią się stopy procentowe. Symulacja spłat od sześćdziesiątej pierwszej raty liczona jest wg zmiennej stopy procentowej opartej o stawkę referencyjną WIBOR 3M i marżę banku.

Numer raty	Data spłaty raty	Pozostała kwota kredytu do spłaty	Miesięczna rata	Odsetki	Rata kapitałowa	Składka na ubezpieczenie
1.	16-06-2024	349 644,94 zł	2 752,56 zł	2 397,50 zł	355,06 zł	157,50 zł
2.	16-07-2024	349 287,45 zł	2 752,56 zł	2 395,07 zł	357,49 zł	157,34 zł
3.	16-08-2024	348 927,51 zł	2 752,56 zł	2 392,62 zł	359,94 zł	157,18 zł
4.	16-09-2024	348 565,10 zł	2 752,56 zł	2 390,15 zł	362,41 zł	157,02 zł
5.	16-10-2024	348 200,21 zł	2 752,56 zł	2 387,67 zł	364,89 zł	156,85 zł
6.	16-11-2024	347 832,82 zł	2 752,56 zł	2 385,17 zł	367,39 zł	156,69 zł
7.	16-12-2024	347 462,91 zł	2 752,56 zł	2 382,65 zł	369,91 zł	156,52 zł
8.	16-01-2025	347 090,47 zł	2 752,56 zł	2 380,12 zł	372,44 zł	156,36 zł
9.	16-02-2025	346 715,48 zł	2 752,56 zł	2 377,57 zł	374,99 zł	156,19 zł
10.	16-03-2025	346 337,92 zł	2 752,56 zł	2 375,00 zł	377,56 zł	156,02 zł
11.	16-04-2025	345 957,77 zł	2 752,56 zł	2 372,41 zł	380,15 zł	155,85 zł
12.	16-05-2025	345 575,02 zł	2 752,56 zł	2 369,81 zł	382,75 zł	155,68 zł
Pozostałe raty kredytu						
24.	16-05-2026	340 772,32 zł	2 752,56 zł	2 337,14 zł	415,42 zł	153,53 zł
36.	16-05-2027	335 559,61 zł	2 752,56 zł	2 301,67 zł	450,89 zł	151,20 zł
48.	16-05-2028	329 901,88 zł	2 752,56 zł	2 263,18 zł	489,38 zł	148,68 zł
60.	16-05-2029	323 761,17 zł	2 752,56 zł	2 221,40 zł	531,16 zł	145,93 zł
61.	16-06-2029	323 231,69 zł	2 768,83 zł	2 239,35 zł	529,48 zł	0,00 zł
72.	16-05-2030	317 160,62 zł	2 768,83 zł	2 197,64 zł	571,19 zł	0,00 zł
84.	16-05-2031	309 989,64 zł	2 768,83 zł	2 148,39 zł	620,44 zł	0,00 zł
96.	16-05-2032	302 200,94 zł	2 768,83 zł	2 094,88 zł	673,95 zł	0,00 zł
108.	16-05-2033	293 740,61 zł	2 768,83 zł	2 036,77 zł	732,06 zł	0,00 zł
120.	16-05-2034	284 550,74 zł	2 768,83 zł	1 973,64 zł	795,19 zł	0,00 zł
132.	16-05-2035	274 568,41 zł	2 768,83 zł	1 905,07 zł	863,76 zł	0,00 zł
144.	16-05-2036	263 725,28 zł	2 768,83 zł	1 830,59 zł	938,24 zł	0,00 zł
156.	16-05-2037	251 947,15 zł	2 768,83 zł	1 749,68 zł	1 019,15 zł	0,00 zł
168.	16-05-2038	239 153,38 zł	2 768,83 zł	1 661,80 zł	1 107,03 zł	0,00 zł
180.	16-05-2039	225 256,36 zł	2 768,83 zł	1 566,34 zł	1 202,49 zł	0,00 zł
192.	16-05-2040	210 161,00 zł	2 768,83 zł	1 462,65 zł	1 306,18 zł	0,00 zł
204.	16-05-2041	193 763,95 zł	2 768,83 zł	1 350,01 zł	1 418,82 zł	0,00 zł
216.	16-05-2042	175 952,96 zł	2 768,83 zł	1 227,67 zł	1 541,16 zł	0,00 zł
228.	16-05-2043	156 606,09 zł	2 768,83 zł	1 094,77 zł	1 674,06 zł	0,00 zł
240.	16-05-2044	135 590,92 zł	2 768,83 zł	950,41 zł	1 818,42 zł	0,00 zł
252.	16-05-2045	112 763,58 zł	2 768,83 zł	793,61 zł	1 975,22 zł	0,00 zł
264.	16-05-2046	87 967,81 zł	2 768,83 zł	623,28 zł	2 145,55 zł	0,00 zł
276.	16-05-2047	61 033,87 zł	2 768,83 zł	438,27 zł	2 330,56 zł	0,00 zł
288.	16-05-2048	31 777,36 zł	2 768,83 zł	237,30 zł	2 531,53 zł	0,00 zł



# Kredyt z malejącą ratą

mBank

Data sporządzenia symulacji: 16-05-2024 10:44:39

## Symulacja kredytu hipotecznego oprocentowanego okresowo stałą stopą procentową w promocji „Zamieszkaż u siebie na stałe - edycja 1” nr KHS120711421.

### Założenia do symulacji

Miesięczny dochód na rękę: 7 000,00 zł  
Spłacone raty kredytów: 150,00 zł  
Posiadane limity kredytów: 2 000,00 zł  
Deklarowana wartość zabezpieczenia: 500 000,00 zł  
Zdolność kredytowa: 393 725,16 zł

### Twój doradca

Krzysztof Grzybowski  
Pobieranie, ul. Zamkowa 20  
krzysztof.grzybowski@mbank.pl  
515-064-573

### Informacje o kredycie

- Przez 5 lat (60 miesięcy) obowiązywania stałego oprocentowania masz pewność, że na kwotę Twojej raty **nie będzie wpływała zmienna stawka WIBOR**.
- W okresie obowiązywania stałego oprocentowania, **nie będziesz mógł przejść do zmiennego oprocentowania**.
- Po 5 latach, czyli gdy zakończy się okres stałego oprocentowania Twojego kredytu przedstawimy Ci nową propozycję stałego oprocentowania na kolejne 5 lat. Jeżeli nie zdecydujesz się na kolejny okres stałego oprocentowania, Twój kredyt będzie oprocentowany wg zmiennego oprocentowania uzależnionego od stawki WIBOR.

Kwota kredytu	350 000,00 zł
Okres spłaty	300 miesięcy
Typ rat	malejące
Wysokość rat	pierwsza rata: 3 564,17 zł ostatnia rata: 1 173,73 zł
Oprocentowanie stałe przez pierwsze 5 lat	8,22%
Oprocentowanie zmienne po 5 latach	8,30% (marża 2,45% + WIBOR3M 5,85%)
Prowizja za udzielenie kredytu	0,00% kwoty udzielonego kredytu pierwsza: 157,50 zł kolejne (miesięczne): 0,045% kwoty kredytu, która pozostała do spłaty
Składka za ubezpieczenie na życie i od innych zdarzeń	

### Koszty kredytu

Koszty kredytu liczymy na dwa sposoby. Pierwsza symulacja przedstawia koszty kredytu, przy założeniu że kredyt zostanie całkowicie spłacony z końcem okresu stałego oprocentowania. Druga symulacja zakłada, że po okresie 5 lat stałego oprocentowania, kredyt będzie oprocentowany zmienną stopą procentową, przy założeniu, że stawka WIBOR za 5 lat będzie taka, jak w momencie wykonywania tej symulacji.

	dla 5 letniego okresu, w którym obowiązuje stałe oprocentowanie	dla całego okresu kredytowania
Rzeczywista roczna stopa oprocentowania (RRSO)	9,18%	8,97%
Całkowity koszt kredytu (CKK)	138 969,10 zł	375 235,65 zł
W tym:		
suma odsetek	129 704,70 zł	363 072,05 zł
prowinja za udzielenie kredytu	0,00 zł	0,00 zł
ubezpieczenie na życie	8 520,60 zł (suma miesięcznych składek za 5 lat)	8 520,60 zł (suma miesięcznych składek za 5 lat)
ubezpieczenie nieruchomości	724,80 zł (suma składek za 5 lat)	3 624,00 zł (suma składek za cały okres kredytowania)
podatek od czynności cywilnoprawnych (PCC)	19,00 zł	19,00 zł

**KRZYWE STOŻKOWE**

|

**POWIERZCHNIE DRUGIEGO STOPNIA**



# PROJEKT

Dana jest powierzchnia:  $y = \frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4}$  i płaszczyzna:  $x - 3 = 0$ .

- nazwij powierzchnię
- naszkicuj powierzchnię
- narysuj powierzchnię (np. w Geogebrze)
- podaj przykład zastosowania takiej powierzchni w architekturze (podobnie do prezentowanych na wykładzie)
- nazwij krzywą będącą przekrojem danej powierzchni i płaszczyzny
- wyznacz dla otrzymanej krzywej (przekroju): ogniska, mimośród, kierownice, itd.
- naszkicuj otrzymany przekrój na danej powierzchni



GIVEN ARE:

- THE SURFACE:

$$y = \frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4}$$

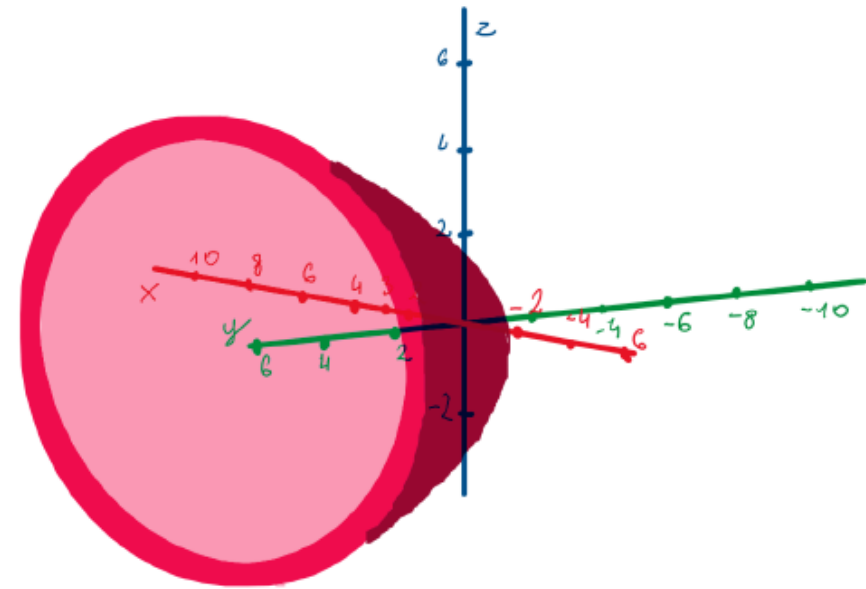
- THE PLANE:

$$x - 3 = 0$$

• Name the surface:  
**elliptic paraboloid**

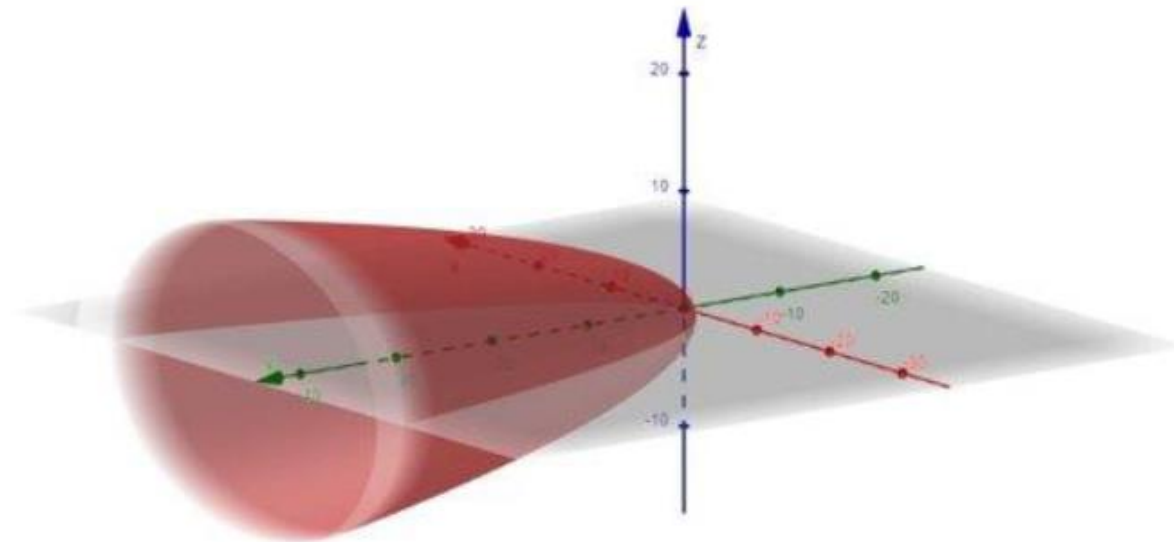
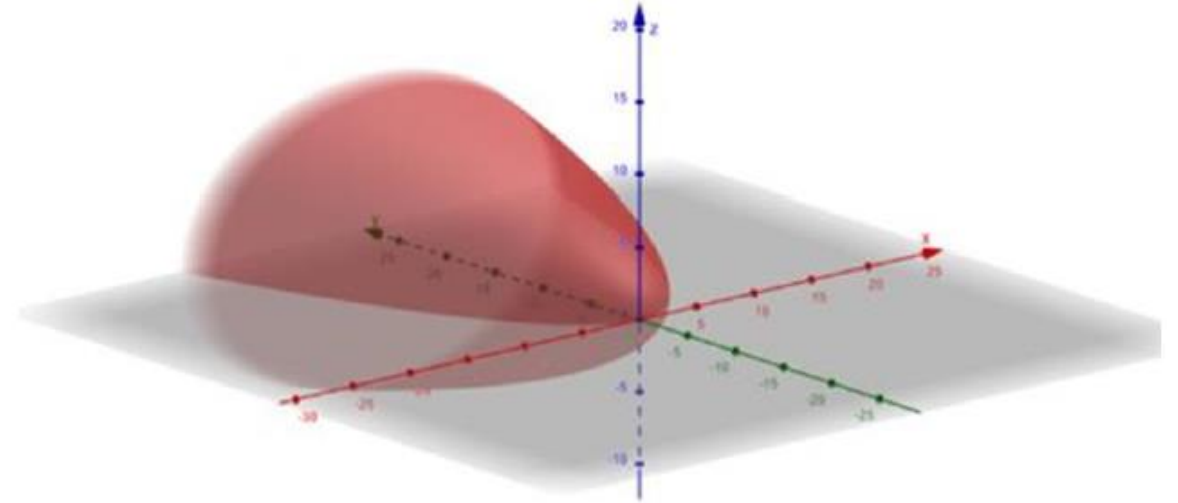
• Name the conic section which is a section of a given surface and plane: **parabola**

• Sketch the surface:





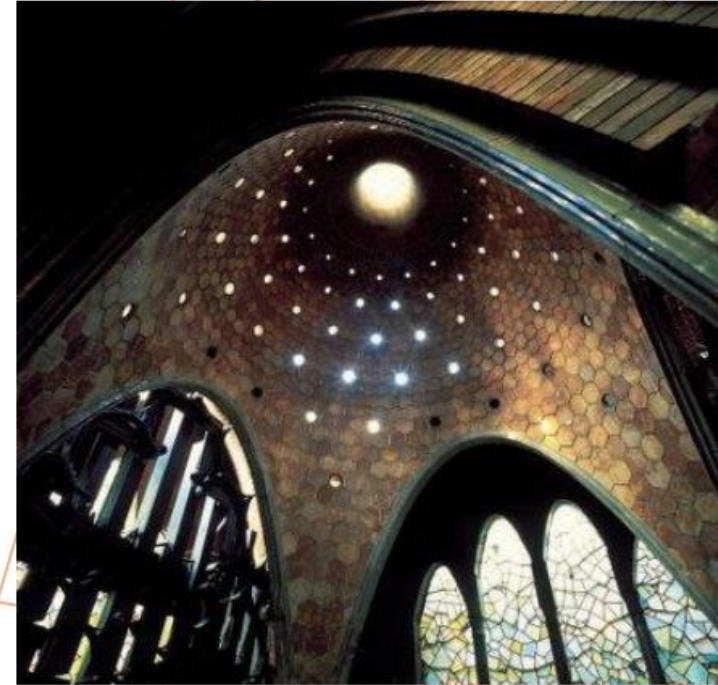
- Draw the surface:



Created in Geogebra

An example of the use of such a surface  
in architecture:

- Cupola of the Guell Palace,  
Barcelona





- The Gherkin – at 30 St Mary Axe, London



- Hollywood Bowl before its remodeling in 2003



- Determine all the values for the obtained conic section (cross-section):

$$\begin{cases} y = \frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} \\ x = 3 \end{cases}$$

$$y = \frac{3^2}{9} + \frac{z^2}{4}$$

$$y = 1 + \frac{z^2}{4} \quad z^2 = 4(y - 1)$$

$$\text{Vertex: } (3, 1, 0)$$

for  $x = 3$   $yz$  plane:

Axis of symmetry:  $y$

$$p = 1$$

directrix:  $z = 0$

focus:  $(2, 0)$

$$e = 1$$



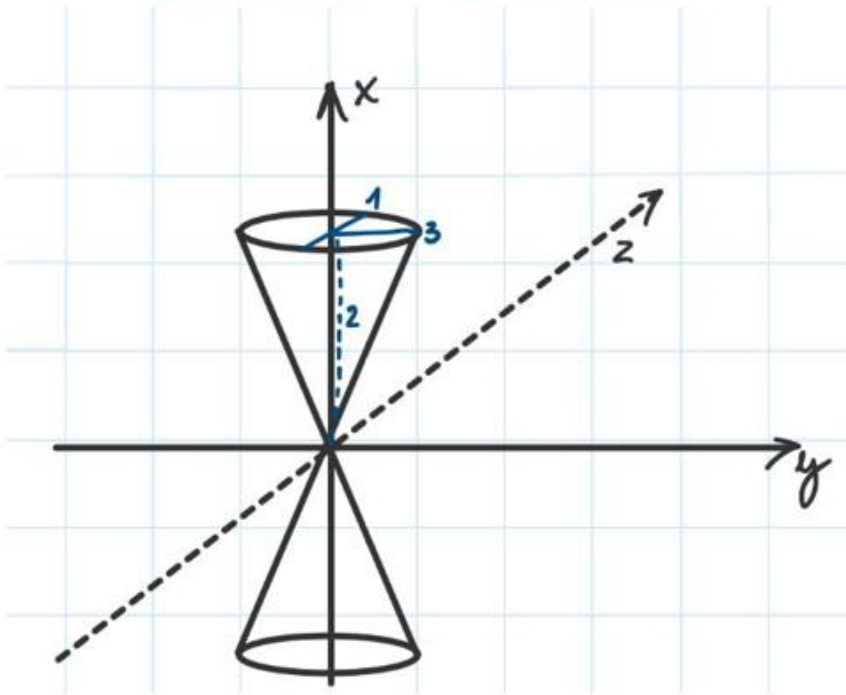
**Given are:**

the surface  $4y^2 + 36z^2 - 9x^2 = 0$  and the plane  $y - 1 = 0$

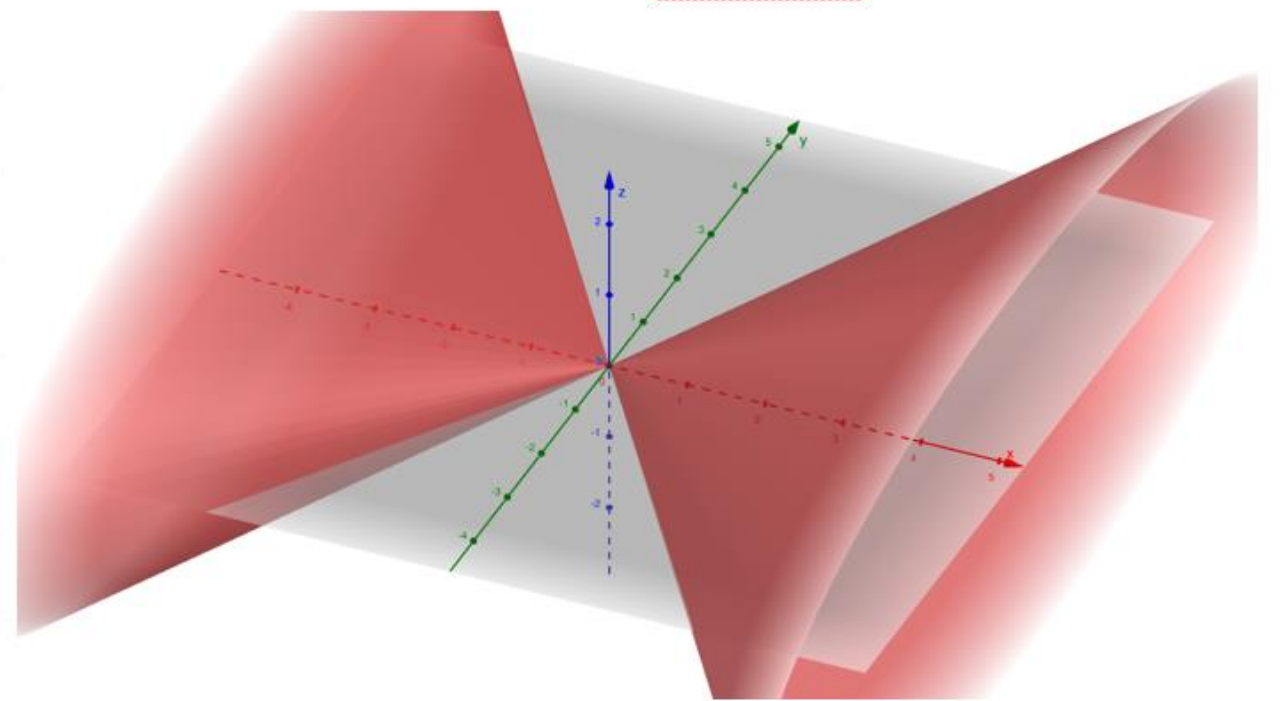
Name the surface:

CONE

Sketch the surface:



Draw the surface:



# Example of a cone in architecture:



Museum of Glass,  
Tacoma WA,  
USA

# Name the conic section:

Hyperbola

# Determine all of the values:

- Vertices;  $(2/3, 0), (-2/3, 0)$
- Asymptotes;  $z=1/2x$  v  $z=-1/2x$
- Directrix;  $x=4\sqrt{5}/15$  v  $x=-4\sqrt{5}/15$
- Focus;  $F_1=(-\sqrt{5}/3, 0), F_2=(\sqrt{5}/3, 0)$
- Eccentricity;  $e=\sqrt{5/3} \cdot 3/2 = \sqrt{5/2} > 1$

**PROJECT**

Given are:  $\emptyset$

- \* the surface:  $4y^2 + 36z^2 - 9x^2 = 0$  (cone, opening along the x-axis)
- \* the plane:  $y = 1 = 0$

$4y^2 + 36z^2 - 9x^2 = 0 \quad | :36$

$$\frac{4y^2}{36} + \frac{36z^2}{36} - \frac{9x^2}{36} = 0$$

$$\frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{1} - \frac{x^2}{4} = 0$$

$$\frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{1^2} - \frac{x^2}{2^2} = 0$$

$a=2, b=3, c=1$

\* Conic section of a given surface and plane:

Name: This is hyperbola

Vertex:  $(\pm a, 0)$

\* Values for the obtained conic section:

$\frac{x^2}{4} - \frac{z^2}{1} = 1$

\* Vertices:  $(\pm a, 0) = (\pm 2, 0)$

\* asymptotes:  $\frac{z}{1} = \pm \frac{x}{2} \Rightarrow z = \pm \frac{1}{2}x$

\* Directrix:  $x = \pm \frac{a^2}{c} = \pm \frac{4}{\sqrt{5/3}} = \pm \frac{4\sqrt{15}}{5}$

\* focus:  $F_1(-c, 0) = (-\sqrt{5/3}, 0)$   
 $F_2(c, 0) = (\sqrt{5/3}, 0)$

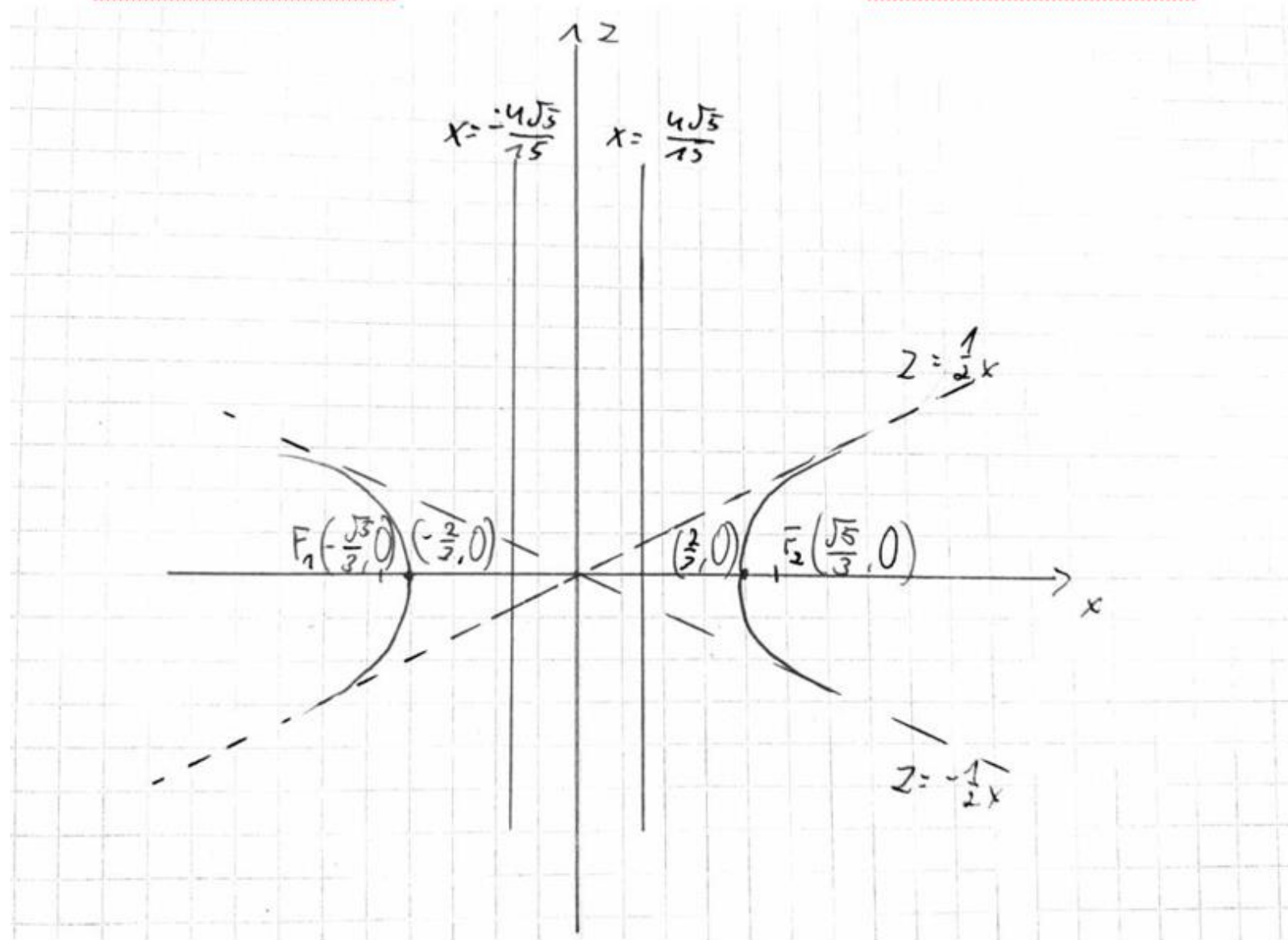
\* eccentricity:  $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5/3}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{6} > 1$

$c^2 = a^2 + b^2 = 4 + 1 = 5$   
 $c = \sqrt{5}$

$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

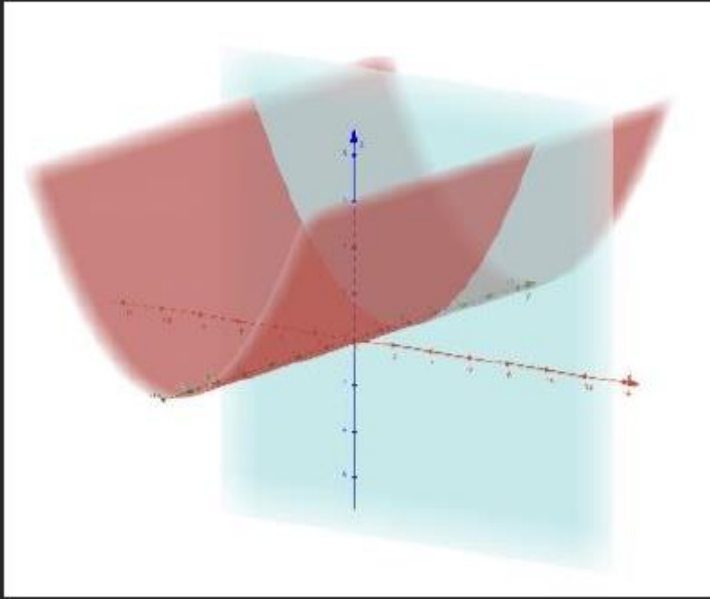


# Sketch the cross-section:

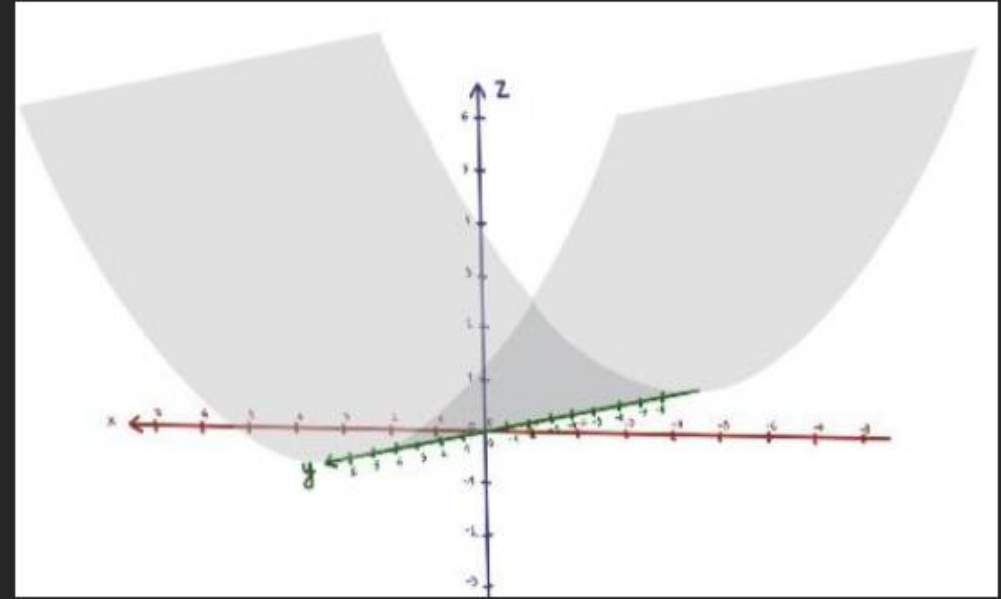




DRAWING OF THE SURFACE:



SKETCH OF THE SURFACE:



Given are:

the surface  $x^2 - 6z = 0$  and a plane  
 $y - 3 = 0$ .

Name of the surface: PRABOLIC  
CYLINDER

Name of the conic section  
which is a section of a given  
surface and plane:  
PARABOLA



AN EXAMPLE OF  
THE USE OF  
SUCH A SURFACE  
IN  
ARCHITECTURE



BERLINER BOGEN,  
OFFICE BUILDING

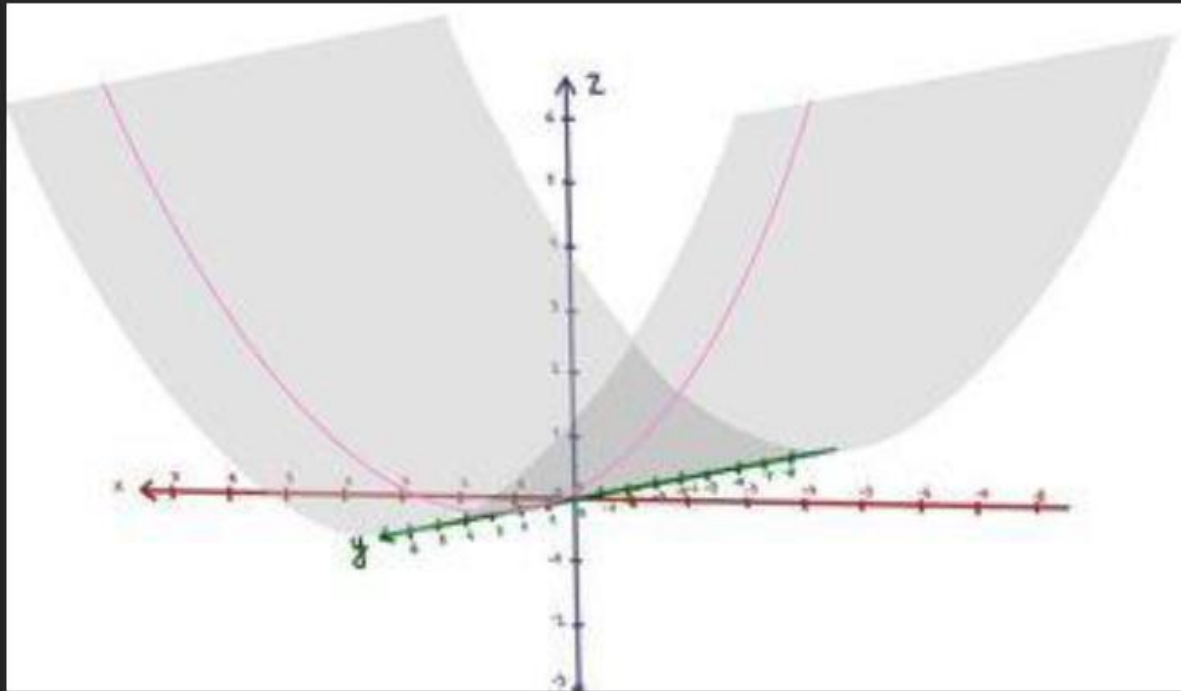


# ANOTHER EXAMPLE

MARKET HALLS IN GDYNIA



## SKETCH OF OBTAINED CROSS SECTION ON A GIVEN SURFACE



## DETERMINE ALL THE VALUES FOR THE OBTAINED CONIC SECTION (CROSS SECTION)

ECCENTRICITY FOR PARABOLA : 1

VERTEX (0,0,0)

AXIS OF SYMMETRY: Z

$$p = \frac{3}{2}$$

FOCUS  $(0, \frac{3}{2})$

DIRECTRIX  $z = -\frac{3}{2}$

$$x^2 = 4pz$$

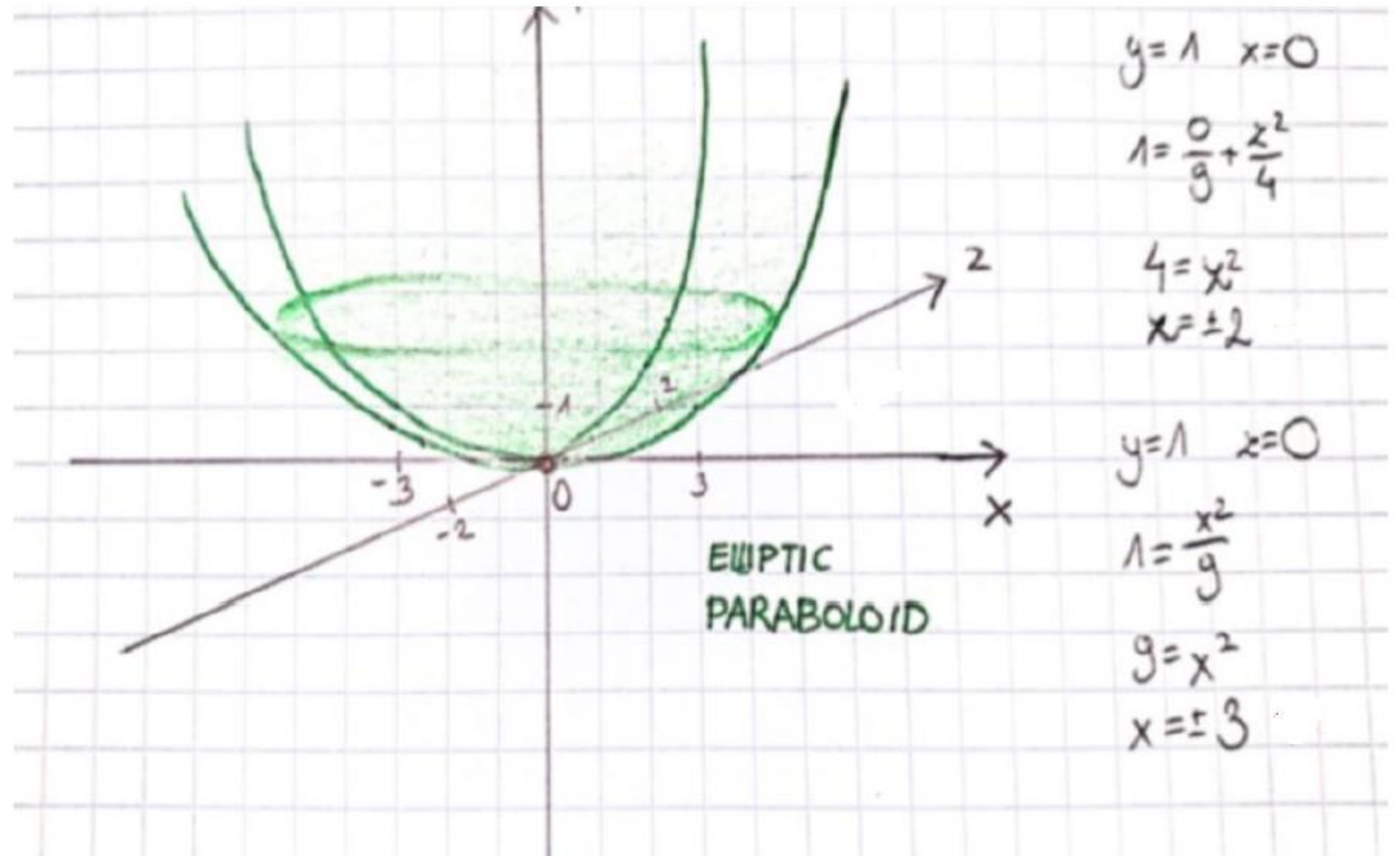
$$x^2 = 6z$$

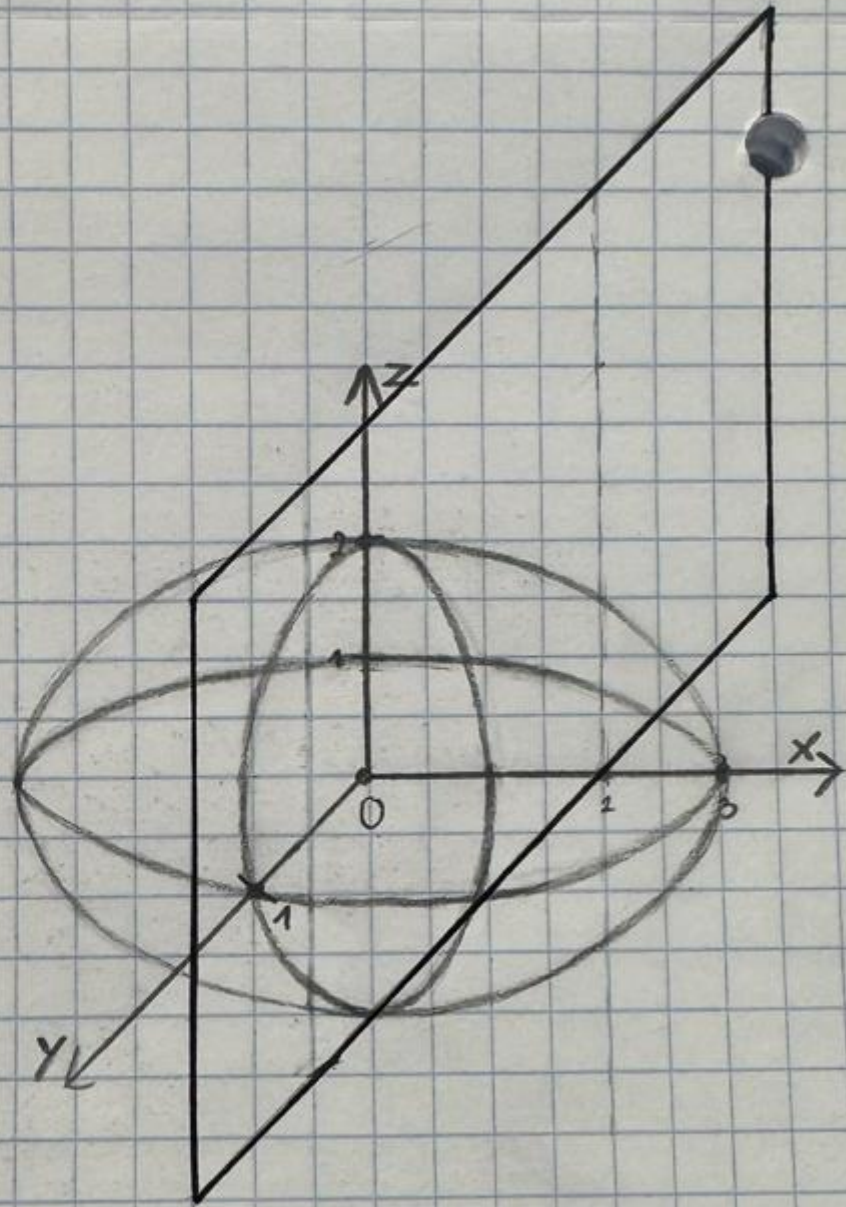
$$6z = 4pz$$

$$p = \frac{3}{2}$$



Sketch :





- ▶ PRZEDSTAWIONE PRZYKŁADY DOTYCZYŁY MATERIAŁU ZREALIZOWANEGO WCZEŚNIEJ NA ZAJĘCIACH W TRADYCYJNY SPOSÓB
- ▶ PODWYŻSZENIE OCENY- PUNKTY ZA AKTYWNOŚĆ
- ▶ ZALICZENIE ZADANIA OBOWIĄZUJĄCEGO NA KOLOKWIUM
- ▶ **STUDENCI SĄ CHĘTNI, BARDZO AKTYWNI, POZYTYWNI OCENIAJĄ TAKĄ FORMĘ**



# ODWRÓCONA KLASA





**Postawiłam problem badawczy:**

**„Czy metoda odwróconej klasy  
może być stosowana  
na zajęciach z matematyki  
ze studentami?”**



# ODWRÓCONA KLASA

## ▶ CIĄGŁOŚĆ FUNKCJI W PUNKCIE - MATEMATYKA

- Budownictwo
- Inżynieria Środowiska w Budownictwie

## ▶ BADANIE ZBIĘŻNOŚCI SZEREGÓW LICZBOWYCH - MATEMATYKA

- Budownictwo
- Inżynieria Środowiska w Budownictwie

# CIĄGŁOŚĆ FUNKCJI W PUNKCIE – ODWRÓCONA KLACA

Dnia 6.XII.2023 na ćwiczeniach metodą „Odwróconej klasy” zostanie zrealizowany temat „Ciągłość funkcji w punkcie”.

**W celu właściwego przygotowania się do zajęć należy:**

- samodzielnie zapoznać się tematem „Ciągłość funkcji w punkcie” na podstawie:
  - materiałów zamieszczonych na platformie Wikamp
  - polecanej literatury
  - innych, merytorycznie recenzowanych materiałów, znalezionych samodzielnie
- rozwiązać trzy testy zamieszczone na Wikampie.
- rozwiązać zadania z arkusza
- rozwiązać 3 zadania wybrane samodzielnie



## NA ZAJĘCIACH STUDENCI:

- ▶ PRACUJĄ W GRUPACH
- ▶ CHĘTNY STUDENT TŁUMACZY WSZYSTKIM POTRZEBNĄ TEORIE
- ▶ KAŻDA GRUPA ROZWIĄDUJE TE SAME ZADANIA
- ▶ JEDNA OSOBA Z KAŻDEJ GRUPY ROZWIĄDUJE ZADANIE I TŁUMACZY POZOSTAŁYM



**WNIOSKI  
NA PODSTAWIE ANKIET  
WYPEŁNIONYCH PRZEZ STUDENTÓW**  
*liczba studentów: 76*  
*liczba wypełnionych ankiet: 69*

**STUDENCI:**

- **OCENIAJĄ ZAJĘCIA POZYTYWNI**
- **SĄ AKTYWNI**
- **ZGŁASZAJĄ PROBLEM BRAKU CZASU NA  
SAMODZIELNE ZAPOZNANIE SIĘ Z TEMATEM**
- **KOLEJNY TEMAT CHCĄ REALIZOWAĆ TRADYCYJNIE**

The background features a complex, glowing blue molecular structure composed of interconnected hexagonal and pentagonal rings, resembling a crystalline lattice or a network of atoms. The structure is set against a dark blue gradient background, with some nodes and edges highlighted in a brighter blue, giving it a three-dimensional, ethereal appearance.

**Można zatem postawić tezę:**

**metoda odwróconej klasy  
nie może być stosowana jako  
metoda dominująca  
w procesie nauczania-uczenia się.**

***DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ***

