



**GEOGEBRA JAKO PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA OPROGRAMOWANIA
OTWARTEGO W NAUCZANIU MATEMATYKI**

Katarzyna KIEPIELA, Marcin WATA, Dorota ŻAREK



Geometria

- Cabri
- Cinderella 2.0
- DrGeo
- GeoGebra
- The Geometer's Sketchpad
- Geometria
- MatheAss

Inne

- Pakiet R

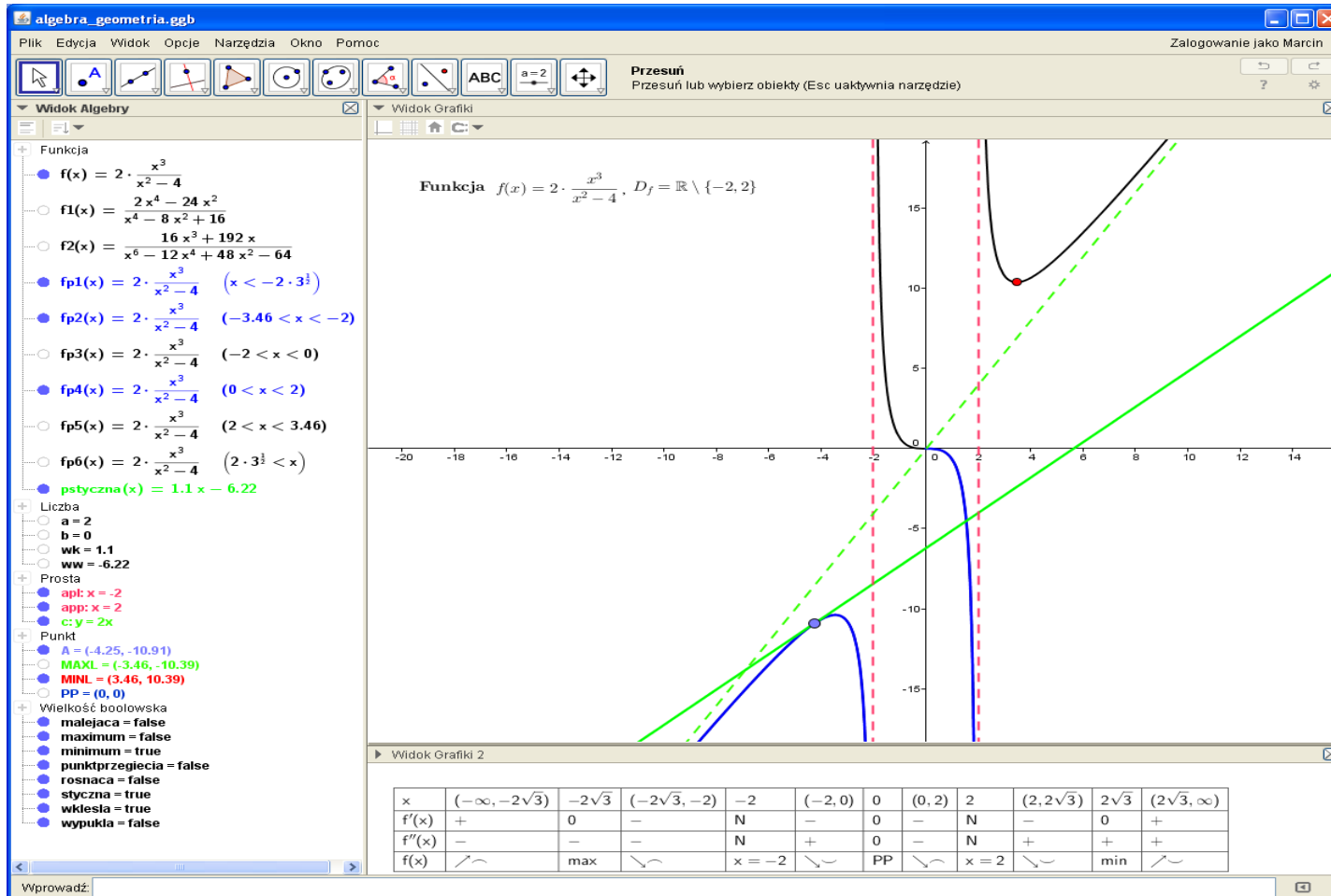
Systemy Algebry Komputerowej

- Maple
- Mathematica
- MATLAB
- Maxima (Macsyma)
- Octave
- Sage
- WolframAlpha



- GeoGebra została stworzona w 2001 przez Markusa Hohenwartera jako część jego pracy magisterskiej napisanej na Uniwersytecie w Salzburgu (Austria).
- Rozwój oprogramowania w ramach pracy doktorskiej dzięki stypendium doktoranckiemu Austriackiej Akademii Nauk.
- GeoGebra zdobywa szereg międzynarodowych nagród.
- Wielu wykładowców i nauczycieli matematyki na świecie (w ponad 192 krajach) wykorzystuje GeoGebra - przetłumaczona na ponad 37 języków.







Funkcja jednej zmiennej i jej własności.

Funkcje elementarne:

- funkcje wielomianowe i wymierne,
- potęgowe,
- wykładnicze i logarytmiczne,
- trygonometryczne, cyklometryczne.

Własności, wykresy.

Monotoniczność, ekstrema lokalne funkcji.

Wklęsłość, wypukłość i punkty przegięcia.

Asymptoty.





ap01_funkcja liniowa34.ggb

File Edit View Options Tools Window Help Signed in as Marcin

Graphics

Funkcja liniowa

Graphics 2

Wzór funkcji liniowej
 $y=ax+b$
Zmieniaj wartości współczynników a oraz b za pomocą suwaków
Obserwuj zachowanie się wykresu funkcji

$a = 0.6$ współczynnik kierunkowy
 $b = 1.4$

$y=0.6x+1.4$

Własności funkcji
Gdy $a>0$ funkcja jest rosnąca
Zbiorem wartości funkcji jest \mathbb{R}
Gdy $a \neq 0$ funkcja ma jedno miejsce zerowe
 $x_0 = -\frac{b}{a}$
czyli
 $x_0 = -2.33$

Input:



The screenshot shows a software interface for analyzing a quadratic function. On the left, a graph titled "Funkcja kwadratowa" displays a downward-opening parabola on a Cartesian coordinate system. The x-axis ranges from -6 to 6, and the y-axis from -7 to 7. The parabola has its vertex at (1.21, 3.13) and x-intercepts at approximately -0.9 and 3.33. On the right, a panel titled "Graphics 2" provides the following information:

Wzór funkcji kwadratowej $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$
Zmieniaj wartości współczynników a , b oraz c za pomocą suwaków
Obserwuj zachowanie się wykresu funkcji

Control sliders for coefficients are shown with values: $a = -0.7$, $b = 1.7$, and $c = 2.1$.

$y = -0.7x^2 + 1.7x + 2.1$ Zbiór wartości funkcji $ZW = (-\infty, 3.13]$

Wyróżnik funkcji kwadratowej
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = 8.77$

miejsca zerowe i postać iloczynowa
Gdy $\Delta > 0$ funkcja ma dwa miejsca zerowe
 $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ oraz $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
czyli
 $x_1 = 3.33$ oraz $x_2 = -0.9$
 $y = -0.7(x - 3.33)(x + 0.9)$

postać kanoniczna i współrzędne wierzchołka
 $y = a(x - p)^2 + q$; $y = -0.7(x - 1.21)^2 + 3.13$

$$\begin{cases} x_w = p = \frac{-b}{2a}, \\ y_w = q = \frac{-\Delta}{4a}, \end{cases} \quad \begin{cases} x_w = 1.21, \\ y_w = 3.13. \end{cases}$$



Funkcja kwadratowa – wartość największa i najmniejsza w przedziale domkniętym

The screenshot shows a software interface for finding the maximum and minimum values of a quadratic function on a closed interval. The main window is titled "ap03_wartosc_naj_naj_funkcji_kw_wpd43.ggb". The left pane displays a graph of the function $y = 0.1x^2 - 2x - 0.8$ on the interval $[-2, 4]$. The x-axis ranges from -7 to 6, and the y-axis ranges from -7 to 7. The function is a downward-opening parabola with its vertex at $(2, -7.2)$. The interval $[-2, 4]$ is marked with red dots at $x = -2$ and $x = 4$. The function values at these points are $y = 3.6$ and $y = -7.2$ respectively.

The right pane, titled "Graphics 2", contains the following information:

Wzór funkcji kwadratowej $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$

Zmieniaj wartości współczynników a , b oraz c za pomocą suwaków

$a = 0.1$

$b = -2$

$c = -0.8$

Ustaw krańce przedziału

lewy:

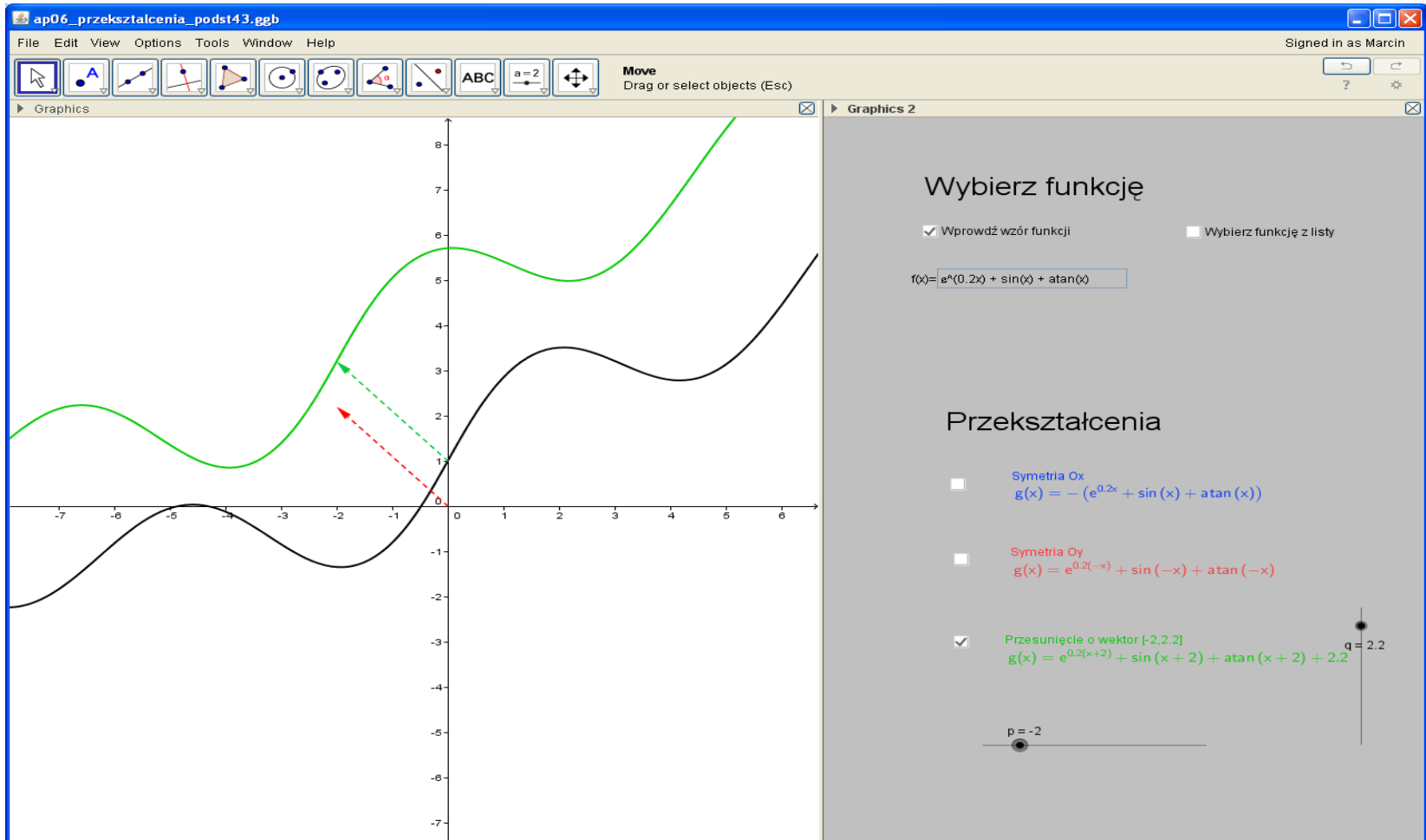
prawy:

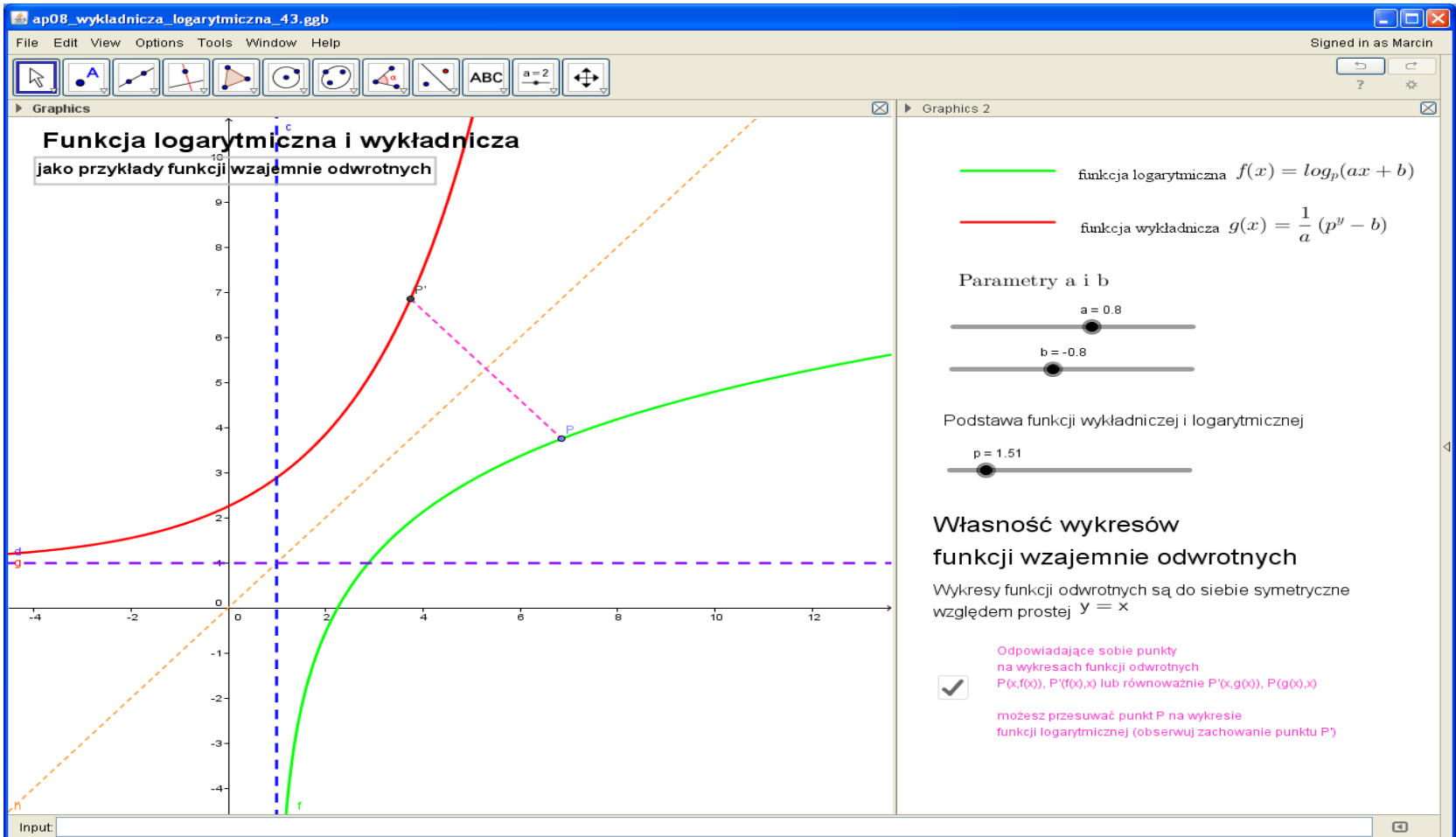
Oblicz

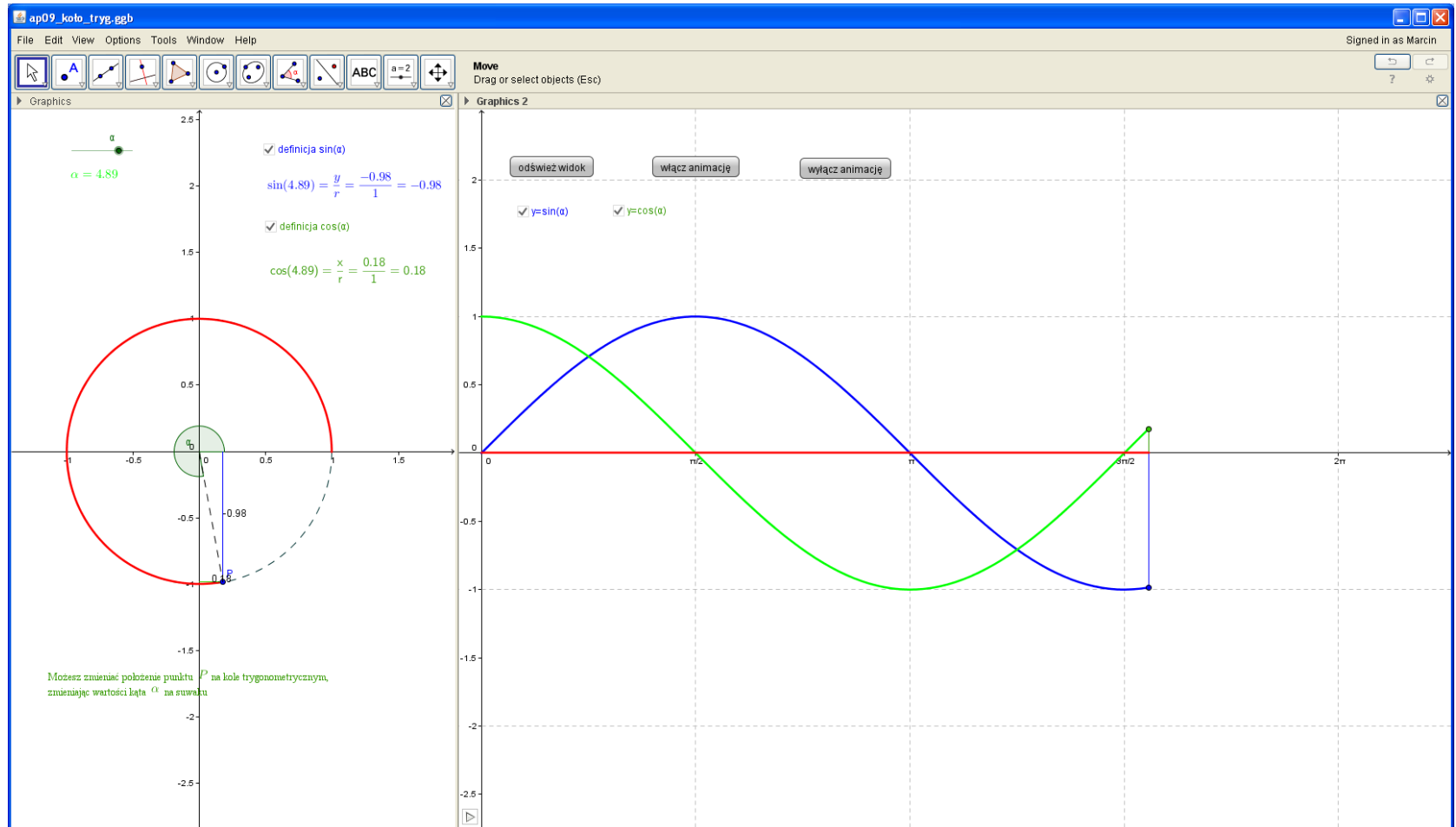
Wartość największa funkcji $0.1x^2 - 2x - 0.8$ w przedziale $[-2, 4]$ jest równa 3.6

Wartość najmniejsza funkcji $0.1x^2 - 2x - 0.8$ w przedziale $[-2, 4]$ jest równa -7.2











ap10_cyklometryczne_43.ppb

File Edit View Options Tools Window Help

Signed in as Marcin

Funkcje trygonometryczne i cyklometryczne

jako przykłady funkcji wzajemnie odwrotnych

Wybierz funkcję

funkcja

$f(x) = \cos(x)$

funkcja odwrotna $f^{-1}(x) = \arccos(x)$

Włącz animację

Zatrzymaj animację

Pokaż funkcje

Własność wykresów funkcji wzajemnie odwrotnych

Wykresy funkcji odwrotnych są do siebie symetryczne względem prostej $y = x$

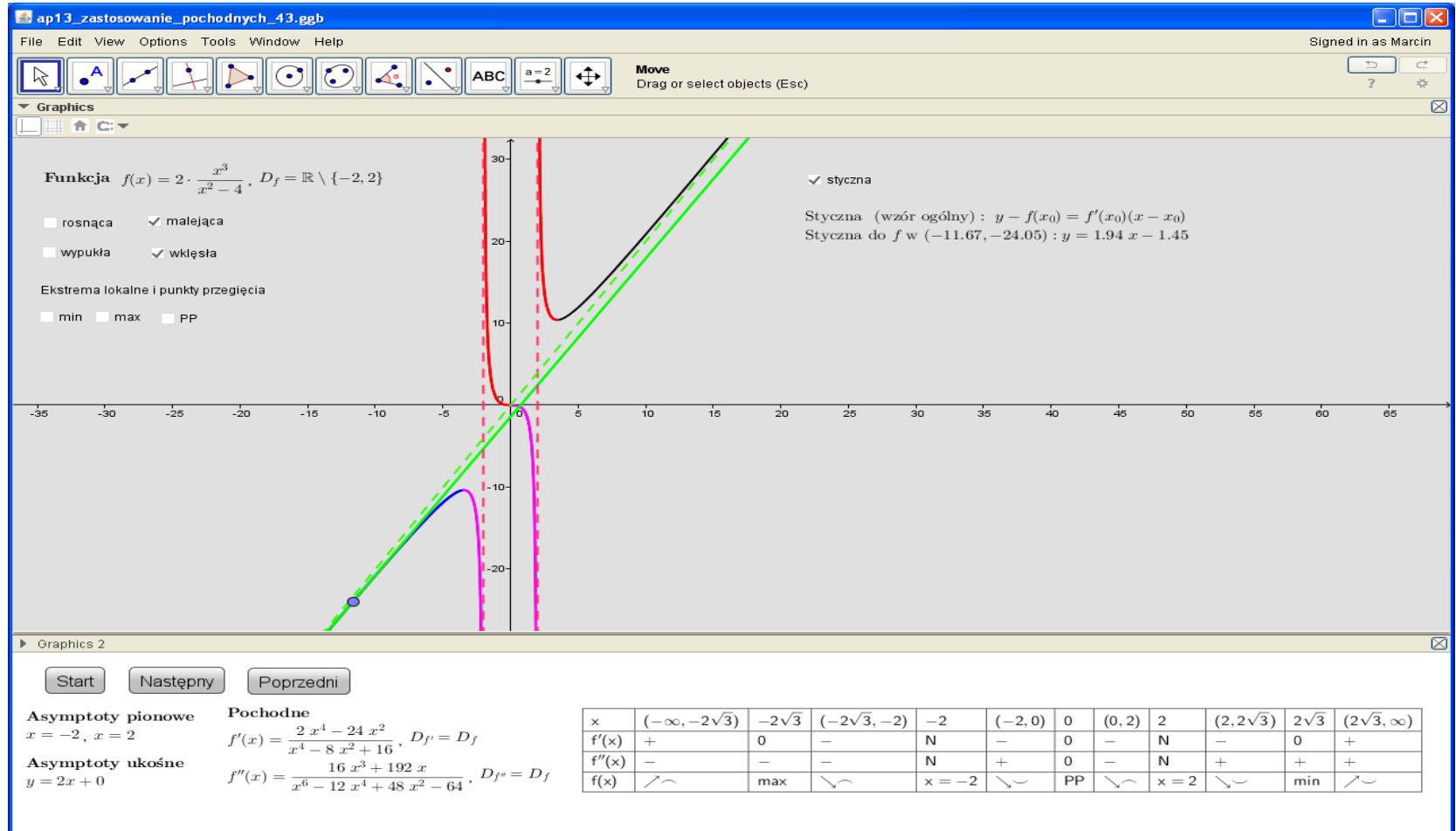
Odpowiadające sobie punkty na wykresach funkcji odwrotnych

$P(x, f(x)), P'(f(x), x)$ lub równoważnie $P(x, f^{-1}(x)), P(f^{-1}(x), x)$

możesz przesuwając punkt P na wykresie funkcji trygonometrycznej (obserwuj zachowanie punktu P')

$0.16 \xrightarrow{f} 0.99 \quad P(0.16, 0.99) \in \text{wykres}(f)$

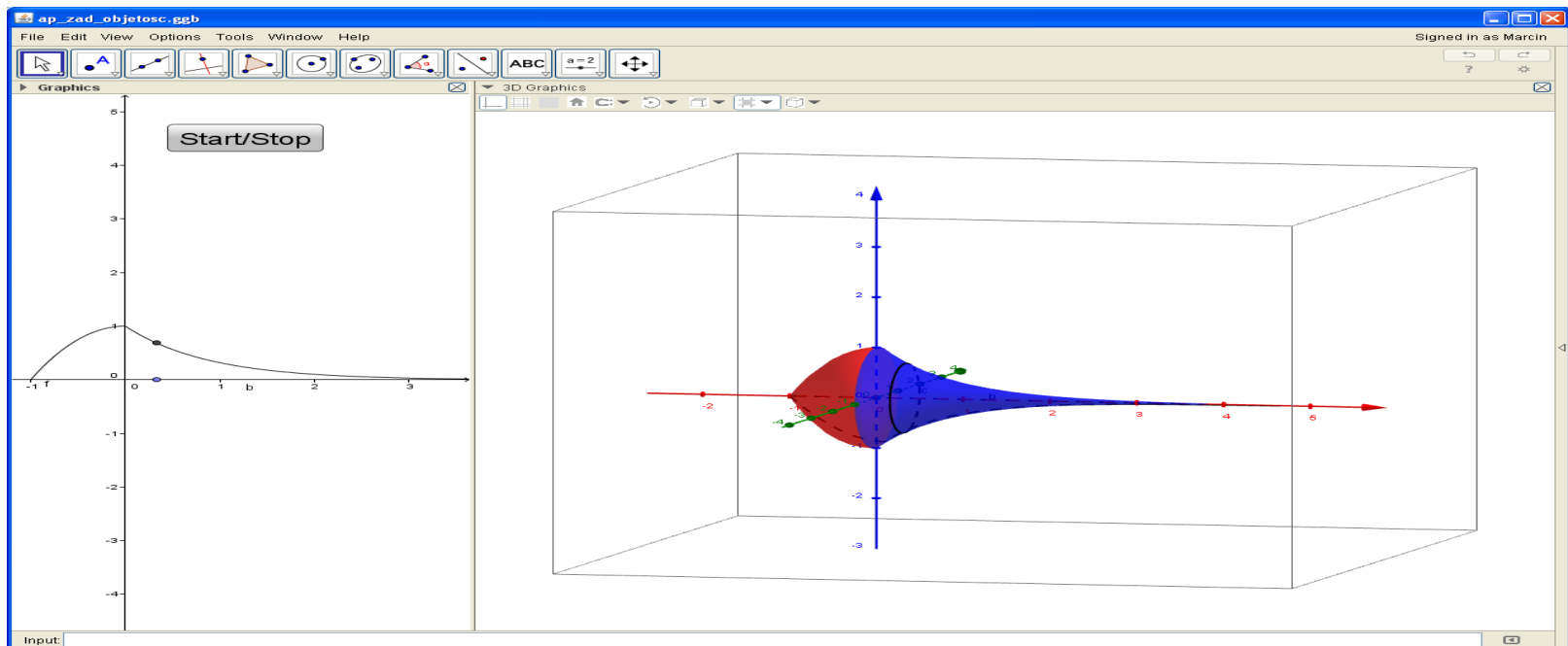
$0.99 \xrightarrow{f^{-1}} 0.16 \quad P'(0.99, 0.16) \in \text{wykres}(f^{-1})$



Zad. Obliczyć objętość bryły otrzymanej przez obrót dookoła osi OX obszaru ograniczonego krzywą o równaniu

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ 1 - x^2, & -1 \leq x \leq 0, \\ \pi^x, & x > 0. \end{cases}$$

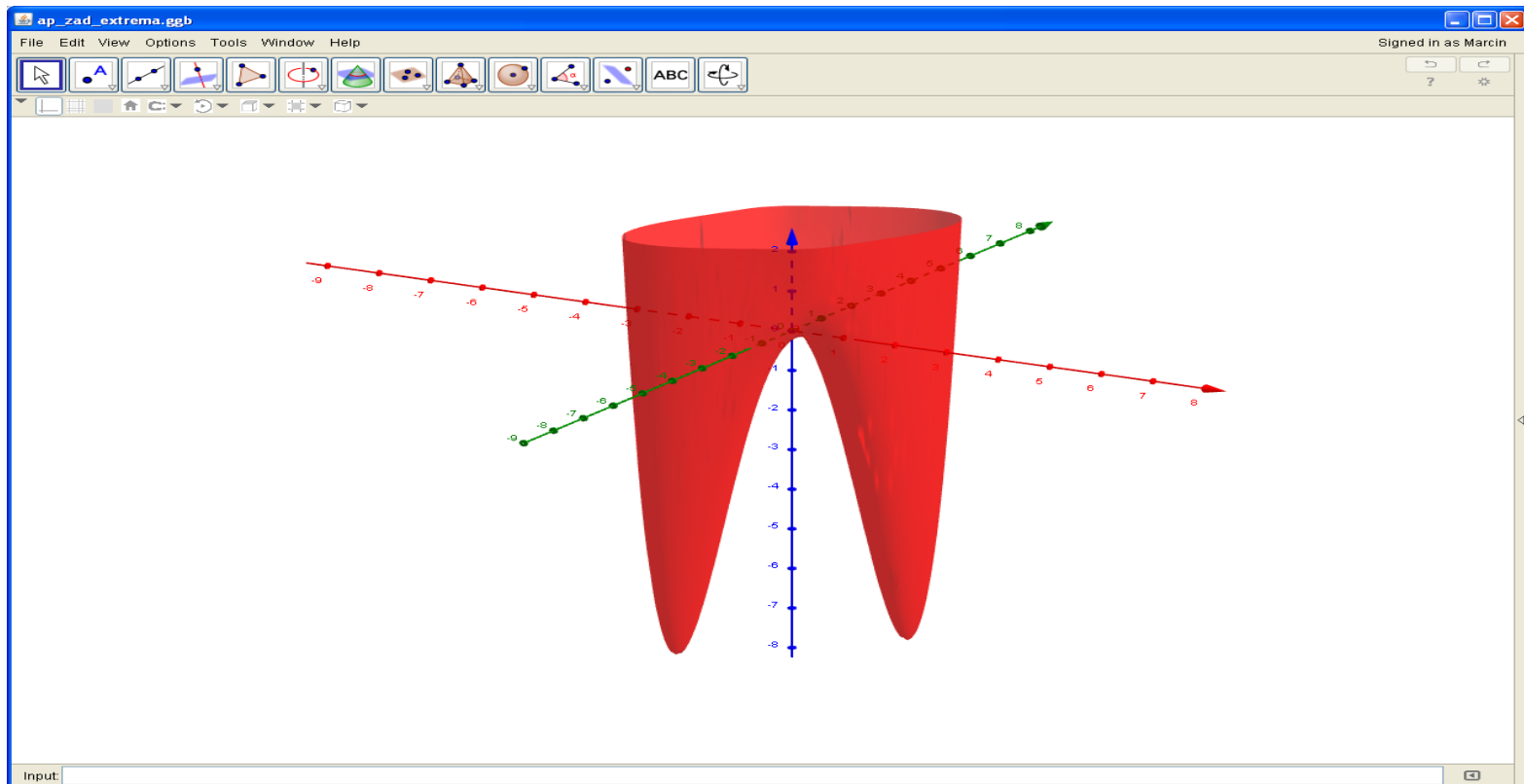
Wykonać rysunek otrzymanej bryły.





Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 - 4xy - 2y^2.$$

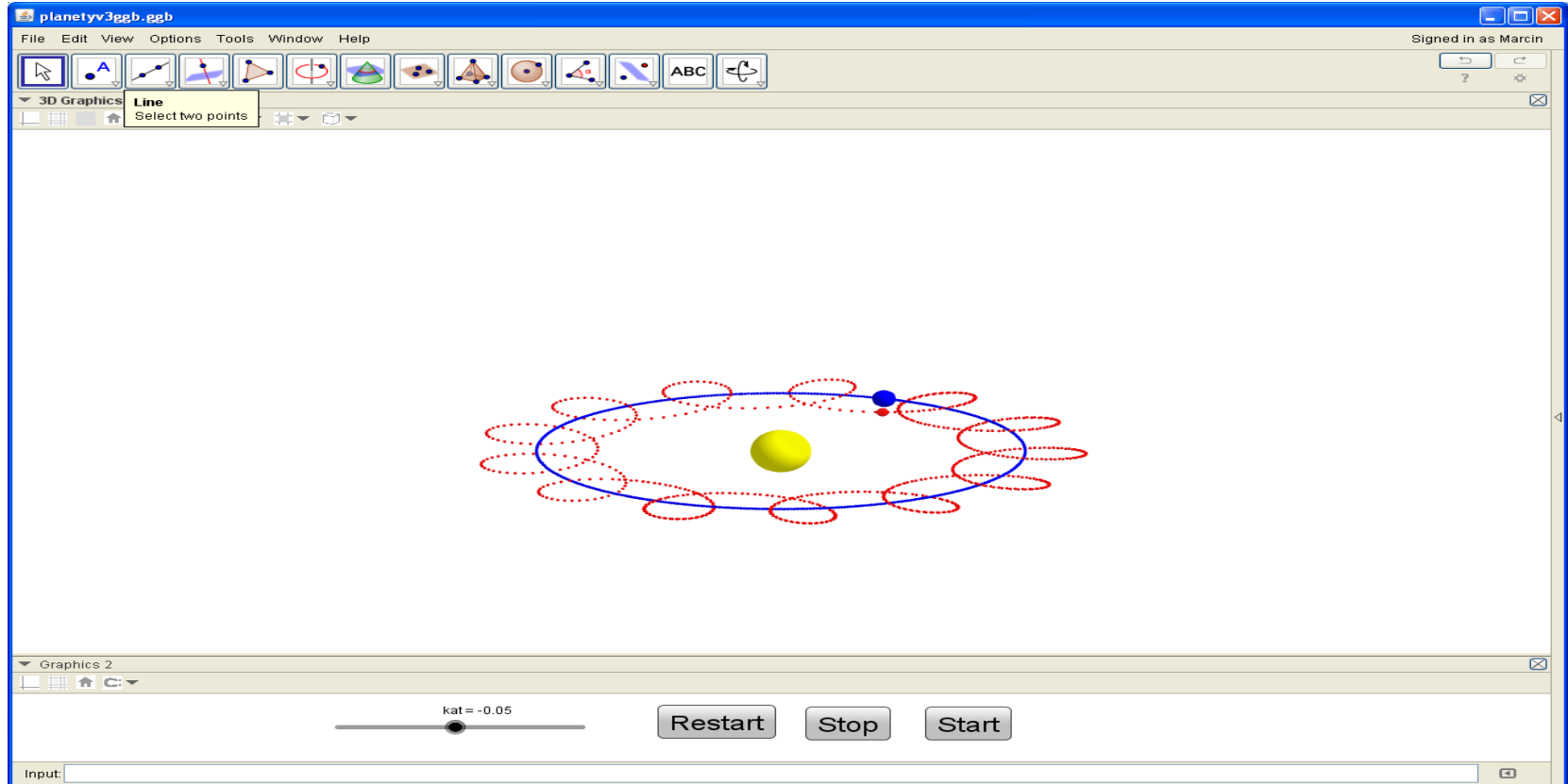




Algebra liniowa:

- przestrzeń liniowa,
- baza,
- ortogonalizacja Grama-Schmidta,
- iloczyn skalarny i wektorowy,
- przekształcenie liniowe,
- macierz przekształcenia



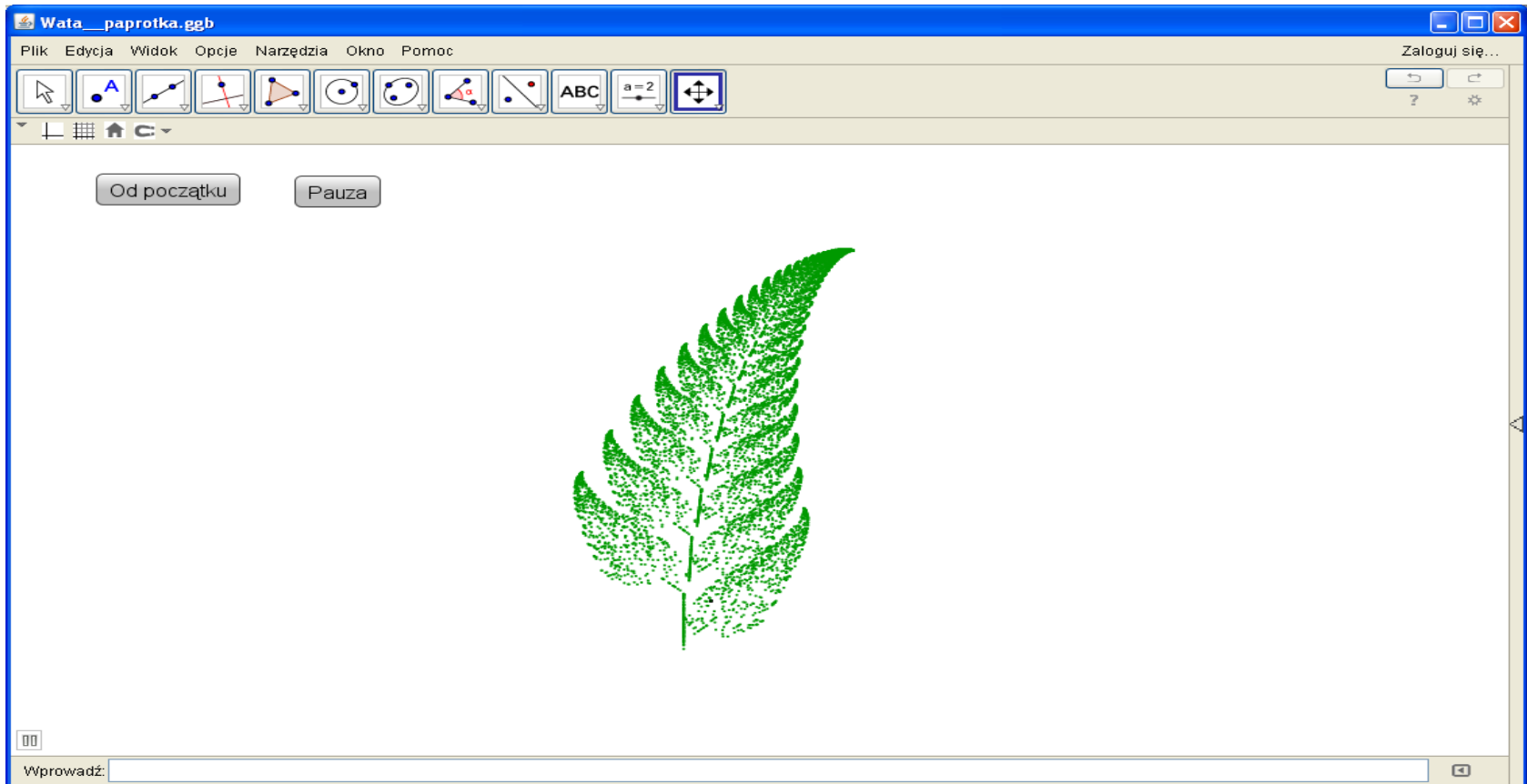




POLITECHNIKA
GDAŃSKA

111^{LAT}

Coś motywującego





POLITECHNIKA
GDAŃSKA

111^{LAT}

Dostęp do prezentowanych apletów

Dostęp do prezentowanych apletów można uzyskać ze strony www.pg.gda.pl/~marwata/prezentacja.

Dziękuję za uwagę!



111 LAT